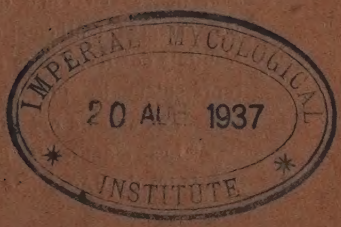
COMPTES RENDUS

(DOKLADY)

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

NOUVELLE SÉRIE

1937



VOLUME XV

№ 8

ÉDITION DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS
MOSCOU

AVIS AUX AUTEURS

Les «Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS» paraissent tous les dix jours, neuf numéros formant un volume d'environ 500 pages pourvu d'une table des matières.

Les «Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS» publient des communications courtes précisant l'essentiel des travaux plus volumineux en préparation. Ces articles, ne dépassant pas comme règle dix mille signes typographiques, sont donnés en l'une des trois langues: français, anglais, allemand. Ils embrassent les sciences mathématiques, physiques, naturelles et techniques, reproduisant les résultats de recherches scientifiques actuellement en cours ou à peine achevées qui représentent les plus récentes données de l'investigation scientifique.

Les auteurs ont droit chacun à 25 extraits gratuits.

Les manuscrits doivent être adressés à la Rédaction des «Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS»—Moscou, oulitza Koujbysheva, 8.

15 Juin

COMPTES RENDUS

(DOKLADY)

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

COMITÉ DE RÉDACTION

A. Borissiak, de l'Académie, **A. Fersman**, de l'Académie, **A. Frumkin**, de l'Académie, **A. Richter**, de l'Académie, **S. Wawilow**, de l'Académie

NOUVELLE SÉRIE

5-me année

Paraissant tous les dix jours

1937

VOLUME XV, № 8

TABLE DES MATIERES

Pages

MATHÉMATIQUES

L. B. Robinson. A System of Riquier and the Tensor Calculs 411
J. Dubnov (Doubnoff) et **N. Efimov.** Sur les réseaux géodésiques singuliers et la surface de Lie 415
V. Kozlov. Sur une relation entre la convergence absolue et l'unicité du développement trigonométrique 417
H. Hilmy. Sur les ensembles de mouvements métriquement indécomposables 421
A. L. Šaginjan. Sur la théorie des polynômes orthogonaux à poids dans le plan de la variable complexe 425
S. Michlin. Sur un certain problème de la théorie des équations intégrales singulières 429

ASTRONOMIE

Nathalie Rein. Sur l'intégrale de Whittaker, se rattachant à la solution périodique du problème restreint des trois corps. 433

MÉCANIQUE

J. Malkin. Über die Stabilität der Bewegung im Sinne von Liapounoff 437

HYDROMÉCANIQUE

V. A. Gavrilenko. Comparison of Experimental and Theoretical Curves Showing Distribution of Velocities in Turbulent Uniform Flow through Pipes 441

PHYSIQUE

N. Akulov. On the Theory of Dependence of the Ferro-Magnetic Properties of Metals on Temperature 445
V. Fabricant. On the Theory of Radiation of a Gaseous Discharge . . . 451
E. Kondorskij. Zur Frage der Natur der Koerzitivkraft 457
N. A. Šišakov (Shishacow). On the Standard Substances for Exact Measurements in Electron Diffraction Method 461

Pages

CHIMIE PHYSIQUE

D. I. Mirlis. Kinetics of Wetting and Linear Corrosion of Metals in Polyphase Systems: Metal — Liquid — Liquid and Metal—Liquid—Gas. III 463

CHIMIE

V. G. Kuznecov. Röntgenographische Untersuchung der anomalen Festlösungen von Ammoniumchlorid mit den in wässrigen Lösungen sich bildenden Chloriden von Mangan, Kobalt und Nickel 469

J. L. Goldfarb und **M. V. Andrijtschuk.** Kondensation des α-Aminonikotins mit ω-Bromacetophenon 473

V. I. Nikolajev. Chemische Entdeckungskennzeichen und die Methode der physikalisch-chemischen Erforschung von Salzlagern 479

STRATIGRAPHIE

B. N. Makhaev. Les algues comme fossiles caractéristiques 483

BIOCHIMIE

I. A. Smorodincev (Smorodinzew) et **S. A. Pavlov.** La méthode de la détermination du coefficient *D* 487

I. A. Smorodincev (Smorodinzew) et **A. M. Feldt.** Détermination du point isoélectrique de la thyréoglobuline 491

B. A. Rubin, N. M. Sisakian and **O. T. Lutikova.** On the Measurement of the Oxidizing-Reducing Power of the Living Vegetable Tissue 495

GÉNÉTIQUE

A. Zamorskij. Algebraic Symbolism of the Law of Hybridization . . . 499

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE

S. Medvedeva. The Toxins of *Fusarium bucharicum* Jacz. and *Fusarium graminearum* Schw. 503

V. M. Katunskij. Dependency of Photoperiodic Reactions of Plants on the Spectral Composition of Light 509

ZOOLOGIE

L. V. Arnoldi and **K. R. Fortunatova.** A Contribution to the Experimental Study of the Nutrition of Black Sea Fishes 513

S. E. Kleinenberg. On the Distribution of Some Fishes and of *Idothea algirica* Lucas in the Eastern Part of the Black Sea 517

P. L. Pirožnikov. A Contribution to the Study of the Origin of the Northern Elements in the Fauna of the Caspian Sea 521

ZOOLOGIE EXPÉRIMENTALE

A. A. Voitkevič (Woitkewitsch). Die morphogenetische Aktivität der verschiedenen Teile der Hypophyse. V. Versuche mit Implantation von Substanzen der «Eosinophilen Zone» des Hypophysevorderlappens an Kaulquappen unter natürlichen Verhältnissen 525

Rédacteur en chef A. Fersman.—Rédacteur S. Bernstein.

En composition: 15/V 1937.—En impression: 27/VI 1937.—Nombre de feuilles d'imprimerie 7 1/8. Nombre de caractères par feuille imprimée 65.000. Pages 409—528. Format du papier 72×110 cm. Tirage 1.300. Moscou. Glavlit B—15311.—Numéro d'édition 729. Numéro typographique 836.

Imprimerie № 16. Moscou, Trekhproudnij péréoulok, 9.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

MATHEMATICS

A SYSTEM OF RIQUIER AND THE TENSOR CALCULS

By Lewis Bayard ROBINSON

(Communicated by S. N. Bernstein, Member of the Academy, 5. V. 1937)

Wilczynski has computed the covariants and semicovariants of the system

$$\left.\begin{aligned} y_1'' + p_{11}y_1' + p_{12}y_2' + q_{11}y_1 + q_{12}y_2 = 0, \\ y_2'' + p_{21}y_1' + p_{22}y_2' + q_{21}y_1 + q_{22}y_2 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(I)}$$

under the group of transformations

$$y_k = \sum_{\lambda=1}^{2} \alpha_{k\lambda}(x)\,\eta_\lambda, \qquad (k = 1, 2)$$

$$y_k^{(l)} = \sum_{\lambda=1}^{2}\sum_{\rho=0}^{2} \binom{l}{\rho} \alpha_{k\lambda}^{(\rho)}\,\eta_\lambda^{(l-\rho)}, \qquad \text{(T)}$$

$$x = f(\xi)\,*$$

$$(k = 1, 2; \quad l = 0, 1, 2, \ldots\ m)$$

where $\binom{l}{\rho}$ denotes the coefficient of x^ρ in the expansion of $(1+x)^l$ (1).

The author has computed some semitensors associated with system (I) and left unaltered by the transformations of the above group **.

We here calculate some semitensors of a simple type.

Suppose that I_1, I_2, and I_3 are functions of

$$y_1,\ y_2,\ y_1',\ y_2';\quad p_{ij},\ p_{ij}',\ q_{ij}$$

and when we make the transformation (T) the I are transformed thus:

$$\left.\begin{aligned} \overline{I}_1 &= \Delta_{11}^2 I_1 + 2\Delta_{11}\Delta_{21} I_2 + \Delta_{21}^2 I_3, \\ \overline{I}_2 &= \Delta_{11}\Delta_{12} I_1 + (\Delta_{11}\Delta_{22} + \Delta_{12}\Delta_{21})\, I_2 + \Delta_{21}\Delta_{22} I_3, \\ \overline{I}_3 &= \Delta_{12}^2 I_1 + 2\Delta_{12}\Delta_{22} I_2 + \Delta_{22}^2 I_3 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(II)}$$

---

* When it is a question of semicovariants $x = f(\xi) = \xi$.

** A covariant is only a special case of a tensor.

where the Δ_{ij} are the minors of the determinant

$$\Delta \equiv \begin{vmatrix} \alpha_{11}, & \alpha_{12} \\ \alpha_{21}, & \alpha_{22} \end{vmatrix}.$$

The above transformations clearly form a group. The tensor character of the I is also evident, and the infinitesimal transformations of the I are given thus:

$$I_1 + \delta I_1 \equiv (1 + 2\Psi_{22}\delta t) I_1 - 2\Psi_{12}\delta t I_2,$$
$$I_2 + \delta I_2 \equiv -\Psi_{21}\delta t I_1 + (1 + \Psi_{11}\delta t + \Psi_{22}\delta t) I_2 - \Psi_{12}\delta t I_3,$$
$$I_3 + \delta I_3 \equiv -2\Psi_{21}\delta t I_2 + (1 + 2\Psi_{11}\delta t) I_3.$$

Following Wilczynski we see that

$$\delta I_k = \sum_1^2 i \sum_1^2 j \, \Psi'_{ij} \Omega_{ij} (I_k) \delta t + \sum_1^2 i \sum_1^2 j \, \Psi'_{ij} \Psi_{ij} (I_k) \delta t +$$
$$+ \sum_1^2 i \sum_1^2 j \, \Psi'_{ij} \Phi_{ij} (I_k) \delta t \, *$$

where

$$\Omega_{ij} (f) \equiv 2 \frac{\partial f}{\partial p'_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial q_{ij}} = 0,$$

$$\Psi_{ij} (f) \equiv -y_j \frac{\partial f}{\partial y'_i} + 2 \frac{\partial f}{\partial p_{ij}} + \sum_{\lambda=1}^{2} \left(p_{\lambda i} \frac{\partial f}{\partial p'_{\lambda j}} - p_{j\lambda} \frac{\partial f}{\partial p'_{i\lambda}} + p_{\lambda i} \frac{\partial f}{\partial q_{\lambda j}} \right) = 0,$$

$$\Phi_{ij} (f) \equiv -y_j \frac{\partial f}{\partial y_i} - y'_j \frac{\partial f}{\partial y'_i} +$$
$$+ \sum_{\lambda=1}^{2} \left(p_{\lambda i} \frac{\partial f}{\partial p_{\lambda j}} - p_{j\lambda} \frac{\partial f}{\partial p_{i\lambda}} + p'_{\lambda i} \frac{\partial f}{\partial p'_{\lambda j}} - p'_{j\lambda} \frac{\partial f}{\partial p'_{i\lambda}} + q_{\lambda i} \frac{\partial f}{\partial q_{\lambda j}} - q_{j\lambda} \frac{\partial f}{\partial q_{i\lambda}} \right) = 0.$$

To obtain these tensors it is necessary to solve the system of equations:

$$\left.\begin{array}{l} \Omega_{ij} (I_k) = 0, \quad \Psi_{ij} (I_k) = 0 \quad (i, j = 1, 2; \quad k = 1, 2, 3); \\ \Phi_{12} (I_1) = -2I_2, \quad \Phi_{11} (I_1) = 0, \quad \Phi_{22} (I_1) = 2I_1, \quad \Phi_{21} (I_1) = 0; \\ \Phi_{12} (I_2) = -I_3, \quad \Phi_{11} (I_2) = I_2, \quad \Phi_{22} (I_2) = I_2, \quad \Phi_{21} (I_2) = -I_1; \\ \Phi_{12} (I_3) = 0, \quad \Phi_{11} (I_3) = 0, \quad \Phi_{22} (I_3) = 2I_3, \quad \Phi_{21} (I_3) = -2I_2. \end{array}\right\} \quad (A)$$

System (A) is equivalent to

$$\left.\begin{array}{l} \Omega_{ij} (f) = 0, \quad \Psi_{ij} (f) = 0; \\ \Phi_{12} (f) - 2I_2 \frac{\partial f}{\partial I_1} - I_3 \frac{\partial f}{\partial I_2} = 0; \\ \Phi_{11} (f) + I_2 \frac{\partial f}{\partial I_2} + 2I_3 \frac{\partial f}{\partial I_3} = 0; \\ \Phi_{22} (f) + 2I_1 \frac{\partial f}{\partial I_1} + I_2 \frac{\partial f}{\partial I_2} = 0; \\ \Phi_{21} (f) - I_1 \frac{\partial f}{\partial I_2} - 2I_2 \frac{\partial f}{\partial I_3} = 0 \, (^2). \end{array}\right\} \quad (B)$$

We can at once see that three solutions of the above system can be written:

---

* The author when calculating covariants or tensors uses the method of Lie based on infinitesimal transformations. So also does Wilczynski.

$$f_1 \equiv y_1^2 I_3 - 2y_1 y_2 I_2 + y_2^2 I_1,$$
$$f_2 \equiv 2y_1 Y_1' I_3 - 2(y_2 Y_1' + y_1 Y_2') I_2 + 2y_2 Y_2' I_1,$$
$$f_3 \equiv Y_1'^2 I_3 - 2Y_1' Y_2' I_2 + Y_2'^2 I_1$$

where

$$Y_1' \equiv 2y_1' + y_2 p_{12} + y_1 p_{11},$$
$$Y_2' \equiv 2y_2' + y_1 p_{21} + y_2 p_{22}.$$

As solutions we have also the two semiinvariants obtained by Wilczynski:

$$I \equiv w_{11} + w_{22},$$
$$J \equiv w_{11} w_{22} - w_{12} w_{21}\ (^3),$$

where

$$w_{11} \equiv 2p_{11} - 4q_{11}^2 + p_{11}^2 + p_{12}^2 p_{21},$$
$$w_{12} \equiv 2p_{12}' - 4q_{12} + p_{12}(p_{11} + p_{22}),$$
$$w_{21} \equiv 2p_{21}' - 4q_{21} + p_{21}(p_{11} + p_{22}),$$
$$w_{22} \equiv 2p_{22}' - 4q_{22} + p_{22}^2 + p_{12} p_{21}.$$

We have three relative semicovariants:

$$D \equiv \begin{vmatrix} y_1 & Y_1' \\ y_2 & Y_2' \end{vmatrix},$$

$$E \equiv w_{12} y_2^2 - w_{21} y_1^2 + (w_{11} - w_{22}) y_1 y_2,$$
$$F \equiv w_{12} Y_2'^2 - w_{21} Y_1'^2 + (w_{11} - w_{22}) Y_1' Y_2'$$

From these we draw two absolute semicovariants or solutions of system (B)

$$\frac{E}{D}, \quad \frac{F}{D}.$$

Then the general solution of (B) is

$$\Phi\left(f_1, f_2, f_3, I, J, \frac{E}{D}\right);$$

the Φ are arbitrary functions.

Write:

$$\Phi_1 = 0, \quad \Phi_2 = 0, \quad \Phi_3 = 0,$$

the Φ being arbitrary functions of

$$f_1, f_2, f_3, \ \ldots, \frac{F}{D}.$$

Solve with respect to f_1, f_2, f_3, then

$$f_i = \Psi_i\left(I, J, \frac{E}{D}, \frac{F}{D}\right).$$

The Ψ are, of course, arbitrary functions since the Φ are arbitrary functions.

Write

$$M \equiv \begin{vmatrix} y_1^2 - 2y_1 y_2 & & y_2^2 \\ 2y_1 Y_1' - 2(y_2 Y_1' + y_1 Y_2') & & 2y_2 Y_2' \\ Y_1'^2 - 2Y_1' Y_2' & & Y_2'^2 \end{vmatrix};$$

then

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{M}[M_{11}\Psi_1 + M_{21}\Psi_2 + M_{31}\Psi_3] \\ I_2 &= \frac{1}{M}[M_{12}\Psi_1 + M_{22}\Psi_2 + M_{32}\Psi_3] \\ I_3 &= \frac{1}{M}[M_{13}\Psi_1 + M_{23}\Psi_2 + M_{33}\Psi_3] \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III)}$$

where the M_{ij} are the minors of the determinant M.

Thus system (III) gives the most general solution of system (A) and so represents the complete system of semitensors of type (II)(4).

We may express our final theorem:

The semitensors I are linear functions of the Ψ which are arbitrary functions of the semicovariants computed by Wilczynski.

Baltimore (U.S.A.).

Received
5. V. 1937.

REFERENCES

[1] Wilczynski, Projective Differential Geometry, p. 91. [2] Riquier, Les Systèmes d'Équations aux Dérivées Partielles, p. 502. [3] Wilczynski, Projective Differential Geometry, p. 97. [4] Riquier, Les Systèmes d'Équations aux Dérivées Partielles, p. 504, Théorème II.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

MATHÉMATIQUES

SUR LES RÉSEAUX GÉODÉSIQUES SINGULIERS ET LA SURFACE DE LIE

Par J. DUBNOV (DOUBNOFF) et N. EFIMOV

(Présenté par I. M. Vinogradow, de l'Académie, le 13. IV. 1937)

Dans une note (1) précédente il a été indiqué que pour une surface à métrique donnée un réseau géodésique est en général déterminé, d'une manière univoque, par son tenseur de Tchebychev; les réseaux exclusifs ont été nommés réseaux singuliers. Une surface arbitraire ne possède pas toujours de réseaux géodésiques singuliers. Pour qu'un tel réseau existe sur une surface à tenseur métrique g_{ij} et à courbure K de Gauss, il faut et il suffit qu'il existe un tenseur τ_i satisfaisant à l'équation

$$\tau_{i/j} + \tau_{j/i} - \tau_i\tau_j - 4Kg_{ij} = 0 \qquad (i, j = 1, 2) \qquad (1)$$

[on conserve les notations de la note (1)].

A chaque solution τ_i de cette équation correspondent ∞^2 réseaux géodésiques singuliers dont τ_i est le tenseur de Tchebychev commun. Les surfaces en question peuvent encore être caractérisées comme admettant deux réseaux géodésiques séparés (c'est-à-dire, n'ayant pas de famille commune) pour lesquels le rapport anharmonique des quatre directions est constant en tous les points de la surface. Dans ce cas chaque réseau, dont le rapport anharmonique avec l'un et l'autre des réseaux mentionnés est constant, est à son tour géodésique*. Ces deux rapports anharmoniques sont précisément les paramètres de la famille formée de ∞^2 réseaux géodésiques singuliers.

L'ensemble des surfaces admettant des réseaux géodésiques singuliers est formé par les deux classes suivantes.

A. Si une surface admet un réseau géodésique singulier dont le tenseur de Tchebychev et de module non nul ($g^{\alpha\beta}\tau_\alpha\tau_\beta \neq 0$), on peut réduire le carré de son élément linéaire à la forme:

$$ds^2 = 2\frac{\partial^2\omega}{\partial u\,\partial v}\,du\,dv,$$

où ω satisfait à l'équation:

$$\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial u\,\partial v}\right)^2 = \frac{1}{(u+v)^2}\,\frac{\partial\omega}{\partial u}\,\frac{\partial\omega}{\partial v}.$$

* Dans son ouvrage encore inédit A. P. Norden établit ce résultat pour le cas non-métrique.

Inversement, toute solution de cette équation définit une métrique de la classe considérée. L'hypothèse $\omega = \omega(u + v)$ amène au cas $K = \text{const}$, déjà signalé dans la note (1). Comme exemple d'une métrique à $K \neq \text{const}$, on peut prendre

$$ds^2 = \left[C - \frac{1}{C(u+v)^2}\right] du\, dv \qquad (C = \text{const} \neq 0).$$

B. La supposition $g^{\alpha\beta}\tau_\alpha\tau_\beta = 0$ (le cas $K = 0$ étant exclu) n'est compatible avec (1) que pour la surface de Lie:

$$ds^2 = (u + V)\, du\, dv \qquad V = V(v) \neq \text{const}.$$

Ainsi, la propriété géométrique qui caractérise la surface de Lie est l'existence de réseaux géodésiques singuliers à tenseur de Tchebychev de module nul situés sur cette surface. Le tenseur τ_l commun de ces réseaux peut être exprimé en coordonnées arbitraires par la formule:

$$\tau_l = \frac{2}{3}(\ln K)_{/\omega}(\delta^\omega_l + i\varepsilon^\omega_{l\cdot}) \tag{2}$$

$\left(i = \sqrt{-1};\ \varepsilon^{\ n}_{m\cdot} = g^{na}\varepsilon_{ma},\ \text{où}\ \varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = 0,\ \varepsilon_{12} = -\varepsilon_{21} = \sqrt{\text{Det}\, g_{ij}}\right)$.

D'où on obtient sans peine la caractéristique invariante de la surface de Lie: en substituant (2) en (1) et en posant pour abréger:

$$k_{jl} = 3(\ln K)_{/jl} - 2(\ln K)_{/j}(\ln K)_{/l},$$

on a:

$$2k_{jl} + i(\varepsilon^\omega_{j\cdot}k_{l\omega} + \varepsilon^\omega_{l\cdot}k_{j\omega}) = 2g_{jl}(9K - \Delta_1 \ln K) \tag{3}$$

(Δ_1 est le premier paramètre différentiel). Cette équation peut être remplacée par deux suivantes:

$$\Delta_1 \frac{\Delta_1 K - 18K^3}{K^{\frac{8}{3}}} = 0, \quad \Delta_2 \ln K = 6K$$

(Δ_2 est le second paramètre différentiel).

La surface réelle de Lie peut être caractérisée par l'équation

$$(K^{-\frac{2}{3}})_{/ij} = -\frac{2}{9}K^{\frac{8}{3}}(\Delta_1 K - 9K^3)\, g_{ij}$$

qui équivaut aux deux suivantes:

$$\begin{aligned} \Delta_1 K &= 18K^3 + CK^{\frac{8}{3}} \\ \Delta_2 K &= 24K^2 + CK^{\frac{5}{3}} \end{aligned} \qquad (C = \text{const}).$$

Aux cas $C = 0$ et $C \neq 0$ (dans ce dernier cas on peut faire $C = 1$ par une transformation homothétique) correspondent deux classes de surfaces de révolution, trouvées par G. Darboux (2).

Institut de Mathématiques
de l'Université de Moscou.

Manuscrit reçu
le 13. IV. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] J. Dubnov, C. R. Acad. Sci. URSS, IV, 1—2, 7—11 (1935). [2] G. Darboux, Théorie des surfaces, 594 (1894).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

MATHÉMATIQUES

SUR UNE RELATION ENTRE LA CONVERGENCE ABSOLUE ET L'UNICITÉ DU DÉVELOPPEMENT TRIGONOMÉTRIQUE

Par V. KOZLOV

(Présenté par I. M. Vinogradow, de l'Académie, le 16. IV. 1937)

Nous dirons qu'une série trigonométrique

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx \qquad (1)$$

est une série-nulle, si elle converge vers zéro presque partout dans $[0, 2\pi]$ et possède des coefficients non nuls.

L'existence des séries de cette nature jouant un rôle essentiel dans le problème d'unicité du développement trigonométrique a été établie par D. Menchoff (1).

Le but de la présente note est d'étudier l'ensemble des points de convergence absolue pour les séries-nulles. Nous allons démontrer le théorème suivant:

Théorème. *Une série-nulle ne peut avoir qu'un nombre fini de points de convergence absolue et la distance entre deux points quelconques de cette nature est commensurable avec* π.

Pour démontrer cette proposition, posons:

$$A_n(x) = a_n \cos nx + b_n \sin nx,$$

on a:

$$A_n(x+h) + A_n(x-h) = 2A_n(x) \cos nh.$$

Soit x_0 un point quelconque du segment $[0, 2\pi]$. Comme la série (1) converge presque partout vers zéro, on voit que pour presque toutes les valeurs de h les deux séries

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n(x_0+h) \quad \text{et} \quad \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n(x_0-h)$$

convergent vers zéro; donc, il en est de même pour leur moyenne arithmétique, qui est la série

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n(x_0) \cos nh. \qquad (2)$$

Si l'on suppose maintenant que x_0 est un point de convergence absolue de la série (1), on voit que la série $\Sigma A_n(x_0)$ converge absolument, donc la série (2) converge uniformément par rapport à h. Comme sa somme est presque partout nulle, il suit de sa convergence uniforme que tous ses coefficients sont nuls, donc

$$a_0 = 0 \quad \text{et} \quad A_n(x_0) = 0 \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

Soit x_1 un autre point de convergence absolue de la série (1). On a de même pour ce point

$$A_n(x_1) = 0 \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

Or, le système d'équations:

$$A_n(x_0) = a_n \cos nx_0 + b_n \sin nx_0 = 0, \quad A_n(x_1) = a_n \cos nx_1 + b_n \sin nx_1 = 0$$

a pour déterminant $\sin n(x_1 - x_0)$ qui diffère de zéro, si $x_1 = x_0$ et π ne sont pas commensurables. Donc

$$a_n = 0, \quad b_n = 0.$$

Ceci étant vrai pour chaque valeur de n, pourvu que $x_1 - x_0$ et π soient incommensurables, on voit que la série-nulle (1) a tous ses coefficients nuls, ce qui contredit à sa définition.

Nous voyons donc que pour chaque couple de points, où la série-nulle converge absolument, la distance est commensurable avec π.

Montrons maintenant qu'il ne peut exister sur $[0, 2\pi]$ une infinité de points de convergence absolue de la série (1). En effet, supposons le contraire. Soient

$$x_0, x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots$$

les points de convergence absolue de la série (1). On a:

$$a_n \cos nx_k + b_n \sin nx_k = 0,$$

pour toutes les valeurs entières de n et $k = 0, 1, 2, \ldots$

Comme la série (1) possède des coefficients non nuls il existe un entier positif m tel que a_m, ou bien b_m, ou bien ces deux coefficients ne sont pas nuls. Le système:

$$a_m \cos mx_0 + b_m \sin mx_0 = 0, \quad a_m \cos mx_k + b_m \sin mx_k = 0,$$

a une solution non nulle. Donc, son déterminant $\sin m(x_k - x_0)$ doit être nul. Or, $\sin m(x - x_0)$ ne s'annule qu'un nombre fini de fois sur chaque intervalle fini. Il est donc impossible que l'on ait pour chaque $k = 1, 2, \ldots$ l'égalité $\sin m(x_k - x_0) = 0$. Nous aboutissons à une contradiction. Il en résulte qu'une série-nulle ne peut avoir qu'un nombre fini de points de convergence absolue sur le segment $[0, 2\pi]$.

Corollaire. *Il n'existe aucune série-nulle de la forme:*

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos p^n x + b_n \sin p^n x, \tag{3}$$

où p est un entier positif.

Pour le démontrer, considérons d'abord la série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \sin p^n x. \tag{4}$$

Cette série a une infinité de points de convergence absolue puisque, quels que soient les entiers positifs l et k, le point

$$x = \frac{2\pi l}{p^k}$$

est un point de cette nature. Donc, si la série (4) converge vers zéro presque partout, tous ses coefficients sont nuls.

Soit maintenant

$$A_n(x) = a_n \cos p^n x + b_n \sin p^n x.$$

On a:

$$A_n(x+h) - A_n(x-h) = 2 \sin p^n h \,[b_n \cos p^n x - a_n \sin p^n x].$$

Si la série (3) est une série-nulle, la série

$$\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} [A_n(x+h) - A_n(x-h)] = \sum_{n=1}^{\infty} [b_n \cos p^n x - a_n \sin p^n x] \sin p^n h$$

est, pour x fixe, une série trigonométrique du type (4) par rapport à h et elle converge vers zéro pour presque toutes les valeurs de h. Donc, tous ses coefficients sont nuls, et ainsi

$$b_n \cos p^n x - a_n \sin p^n x = 0 \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

Or, cette égalité a lieu pour toutes les valeurs de x, donc

$$a_n = 0, \quad b_n = 0 \qquad (n = 1, 2, \ldots),$$

ce qui est impossible.

Nous avons ainsi indiqué une classe de séries qui ne peuvent pas être des séries-nulles *.

Il est aisé de voir que les résultats précédents peuvent être généralisés sans aucune difficulté: en conservant toutes les démonstrations, on pourrait au lieu des séries-nulles considérer des séries qui convergent vers zéro seulement sur un ensemble dénombrable, partout dense et vérifiant certaines conditions de symétrie. On obtient dans cet ordre d'idées les théorèmes suivants:

I. *Une série trigonométrique qui converge absolument en deux points dont la distance est incommensurable avec* π *et qui converge vers zéro*

---

* On peut aussi déduire ce théorème d'un résultat de A. Zygmund concernant les séries lacunaires (2).

sur un ensemble partout dense et symétrique par rapport à chacun de ces deux points a tous ses coefficients nuls.

II. *Une série trigonométrique qui a une infinité de points de convergence absolue et qui converge vers zéro en chague point d'un ensemble partout dense et symétrique par rapport à chaque point de convergence absolue a tous ses coefficients nuls.*[2]

Voici une conséquence de la dernière proposition:
si une série trigonométrique

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos p^n x + b_n \sin p^n x,$$

où p est un entier positif, converge vers zéro en chaque point, dont l'abscisse est commensurable avec π, *tous ses coefficients sont nuls.*

Manuscrit reçu
le 16. IV. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] D. Menchoff, C. R., **163**, 433 (1916). [2] A. Zygmund, Trigonometrical Series, 119, 122.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

MATHÉMATIQUES

SUR LES ENSEMBLES DE MOUVEMENTS MÉTRIQUEMENT INDÉCOMPOSABLES

Par Heinrich HILMY

(Présenté par S. N. Bernstein, de l'Académie, le 23. IV. 1937)

1. Nous étudions dans cette note les mouvements contenus dans des ensembles métriquement indécomposables. Nous évaluons la mesure des ensembles de différents types de mouvements contenus dans des ensembles métriquement indécomposables, sans faire l'hypothèse sur l'existence de l'invariant intégral, ce que l'on fait habituellement dans les études de ce genre.

2. Considérons les mouvements des points dans un espace métrique M; désignons par $f(p, t)$ la position du point $p \subset M$ au moment t; $f(p, 0) = p$. Supposons que ces mouvements forment un groupe à un paramètre, c'est-à-dire $f[f(p, t), \tau] = f(p, t + \tau)$. Appelons trajectoire l'ensemble de tous les points de la forme $f(p, t)$, p fixe et $-\infty < t < +\infty$; le point p sera appelé point initial de cette trajectoire. Appelons semi-trajectoire positive (négative) l'ensemble $\{f(p, t)\}$, p fixe et $t \geqslant 0$ $(t \leqslant 0)$; nous dirons que p est le point initial de cette semi-trajectoire.

Supposons ensuite que par tout point $p \subset M$ il ne passe qu'une seule trajectoire.

A étant un sous-ensemble arbitraire de M nous désignons par le symbole $f(A, t)$ l'ensemble $\{f(p, t)\}$ où $p \subset A$.

Nous dirons que l'ensemble $A \subset M$ est un ensemble positivement (négativement) invariant s'il résulte de la condition $p \subset M$ que l'on a $f(p, t) \subset A$ pour tous les $t \geqslant 0$ $(t \leqslant 0)$. L'ensemble A est invariant s'il est en même temps positivement et négativement invariant.

Soient x et y deux points de l'ensemble M; le symbole $\rho(x, y)$ désigne la distance entre les points x et y.

Soit $x \subset M$ un point fixe; nous désignons alors par le symbole $S(x, \varepsilon)$ l'ensemble de tous les points $y \subset M$ satisfaisant à la condition: $\rho(x, y) < \varepsilon$. Nous dirons que cet ensemble est le voisinage sphérique du point x à rayon ε.

Nous supposons, comme on le fait habituellement pour les systèmes dynamiques, que les trajectoires varient d'une manière continue en fonction des conditions initiales, c'est-à-dire que pour tout couple de

nombres positifs, arbitraires ε et T on peut indiquer un nombre δ assez petit pour que l'inclusion

$$f[S(p, \delta), t] \subset S[f(p, t), \varepsilon], \qquad (1)$$

soit vérifiée pour toute valeur de t satisfaisant à l'inégalité $|t| \leqslant T$.

Supposons d'ailleurs que pour tout l'espace M il existe une base dénombrable de domaines, c'est-à-dire, qu'on peut indiquer un ensemble dénombrable de domaines $V_1, V_2, \ldots, V_n$ tels que pour tout point $p \subset M$ et pour tout voisinage sphérique S de ce point il se trouve un domaine V_ν qui satisfait à la condition $p \subset V_\nu \subset S$.

Nous supposerons que dans l'espace M il existe une mesure des ensembles avec les propriétés de celle de Lebesgue; nous supposerons de plus que l'espace M est homogène (par rapport à cette mesure), c'est-à-dire que pour tout domaine $G \subset M$ on a: mes $G > 0$.

Considérons les mouvements stables au sens de Poisson. Le mouvement est dit stable au sens de Poisson, si pour chaque point p de sa trajectoire et pour des nombres arbitraires ε et T il existe des valeurs de t, positives et négatives, dont le module soit supérieur à T et telles que $\rho\big(p, f(p, t)\big) < \varepsilon$.

3. Un ensemble invariant mesurable Ω de mesure positive est dit métriquement indécomposable, s'il ne peut pas être représenté comme la somme de deux ensembles invariants Ω_1 et Ω_2 dont chacun est de mesure positive.

Nous dirons qu'un ensemble indécomposable Ω est un ensemble exceptionnel s'il ne peut pas être représenté comme la somme de deux ensembles Ω_1 et Ω_2 dont chacun est de mesure positive et l'un positivement, l'autre négativement invariant. Dans le cas contraire nous dirons que l'ensemble métriquement indécomposable est un ensemble ordinaire.

Citons un exemple simple d'un ensemble indécomposable exceptionnel. Considérons un espace euclidien à une dimension et désignons par x la coordonnée d'un point de cet espace. Déterminons dans cet espace le système dynamique, dont le mouvement est exprimé par l'équation différentielle suivante:

$$\frac{dx}{dt} = 1 - x^2.$$

L'ensemble des points $-1 \leqslant x \leqslant +1$ est un ensemble indécomposable dont la mesure est égale à 2. Cependant ce sera un ensemble exceptionnel, car il peut être decomposé en deux ensembles $0 \leqslant x \leqslant +1$ et $-1 \leqslant x < 0$, dont chacun est de mesure 1, l'un de ces ensembles étant positivement, l'autre négativement invariant.

4. Théorème. *Tous les points d'un ensemble homogène ordinaire métriquement indécomposable Ω, sauf un ensemble de mesure nulle, sont disposés sur des trajectoires de mouvements stables au sens de Poisson, chacune de ces trajectoires étant partout dense dans Ω.*

Soit $U_1, U_2, \ldots, U_n, \ldots$ l'ensemble dénombrable des domaines de la base. Désignons par Q^1 l'ensemble des points appartenant à Ω qui sont les points initiaux des semi-trajectoires positives non partout denses dans Ω. Alors pour tout point $p \subset Q^1$ on peut indiquer un domaine U_ν tel que pour aucun $t \geqslant 0$ le point $f(p, t)$ n'appartienne au domaine U_ν.

Désignons par $Q_1^1, Q_2^1, \ldots, Q_n^1, \ldots$ l'ensemble des points qui sont les points initiaux des semi-trajectoires n'ayant pas de points communs respectivement avec les domaines $U_1, U_2, \ldots, U_n, \ldots$

Il est évident que

$$Q^1 = \sum_{i=1}^{\infty} Q_i^1.$$

Chacun des ensembles Q_i^1 est positivement invariant. Montrons que chacun des ensembles Q_i^1 est fermé. Soit q un point limite pour Q_i^1; supposons d'ailleurs que $q \not\subset Q_i^1$. On peut alors indiquer un τ tel que $f(q, \tau) \subset U_i$. Comme les trajectoires varient d'une manière continue par rapport aux conditions initiales, on peut trouver pour tout ε et pour tout τ un nombre positif δ assez petit pour que

$$f[S(q, \delta), \tau] \subset S[f(q, \tau), \varepsilon]. \tag{3}$$

Soit p^* un point de l'ensemble Q_i^1 contenu dans $S(q, \delta)$; alors en vertu de la condition (3) nous aurons $f(p^*, t) \subset U_i$, ce qui est une contradiction. Donc, chacun des ensembles Q_i^1 est fermé et par suite mesurable. Mais alors l'ensemble Q^1 en vertu de la relation (2) sera également mesurable.

Montrons que la mesure de l'ensemble Q^1 est nulle. L'ensemble Q_i^1 est un ensemble positivement invariant, donc l'ensemble $\Omega - Q_i^1$ sera un ensemble négativement invariant. De la condition $\Omega - Q_i^1 \supset U_i$ il suit que

$$\operatorname{mes}(\Omega - Q_i^1) \geqslant \operatorname{mes} U_i > 0.$$

Mais l'ensemble Ω étant un ensemble ordinaire métriquement non dénombrable, on a:

$$\operatorname{mes}(\Omega - Q_i^1) = \operatorname{mes} \Omega$$

et par suite

$$\operatorname{mes} Q_i^1 = 0.$$

Alors en vertu de la relation (2) nous trouvons

$$\operatorname{mes} Q^1 = 0,$$

car Q^1 est une somme dénombrable d'ensembles de mesure nulle. Nous démontrons d'une manière analogue que l'ensemble Q^2 de tous les points appartenant à Ω qui sont les points initiaux de semi-trajectoires négatives non partout denses dans Ω, sera également un ensemble de mesure nulle.

Mais alors

$$\operatorname{mes}[\Omega - (Q^1 + Q^2)] = \operatorname{mes} \Omega,$$

ce qui prouve le théorème énoncé.

Manuscrit reçu
le 23. IV. 1937.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

MATHÉMATIQUES

SUR LA THÉORIE DES POLYNÔMES ORTHOGONAUX À POIDS DANS LE PLAN DE LA VARIABLE COMPLEXE

Par A. L. ŠAGINJAN

(Présenté par S. N. Bernstein, de l'Académie, le 23. IV. 1937)

Prenons dans le plan de la variable complexe x un domaine ouvert B, borné et simplement connexe, ayant une frontière commune avec le domaine contenant le point à l'infini.

Soit B_2 la classe des fonctions $q(x)$ régulières à l'intérieur de B et telles que

$$\iint_B |q(x)|^2 d\sigma < \infty.$$

Soit $q(x)$ une fonction quelconque de la classe B_2. Désignons par A_q la classe des fonctions $f(x)$, régulières à l'intérieur de B et telles que

$$\iint_B |q(x)|^2 \cdot |f(x)|^2 d\sigma < \infty.$$

Nous posons la question suivante:

Est-il possible de construire pour chaque fonction $f(x)$ de la classe A_q une suite de polynômes $Q_n(x)$ telle que

$$\lim_{n\to\infty} \iint_B |q(x)|^2 \cdot |f(x) - Q_n(x)|^2 d\sigma = 0. \qquad (1)$$

Il est évident, que cette question est équivalente à la question: si la classe A_q des polynômes orthogonaux à l'intérieur de B à poids $|q(x)|^2$ est fermée.

Dans cette note nous donnons quelques conditions suffisantes pour que la formule (1) soit vraie pour chaque fonction de la classe A_q.

Nous considérons d'abord le cas où la fonction $q(x)$ n'a pas de zéros à l'intérieur de B.

Théorème 1. *Pour que la formule* (1) *soit valable il faut et il suffit qu'il existe une suite de polynômes* $R_n(x)$ *telle que*

$$\lim_{n\to\infty} \iint_B |q(x)|^2 \cdot \left|\frac{1}{q(x)} - R_n(x)\right|^2 d\sigma = 0, \qquad (2)$$

c'est-à-dire il faut et il suffit que la classe des fonctions orthogonales à poids $\frac{1}{q(x)}$ *soit fermée.*

Il est connu que pour chaque fonction $\vartheta(x)$ de la classe B_2 il existe une suite de polynômes $S_n(x)$ (1) telle que

$$\lim_{n\to\infty} \iint_B |\vartheta(x) - S_n(x)|^2 d\sigma = 0 \ (1).$$

D'après la condition $q(x)\cdot f(x)$ appartient à la classe B_2, et par suite

$$\lim_{n\to\infty} \iint_B |q(x)|^2 \left|f(x) - \frac{S_n(x)}{q(x)}\right|^2 d\sigma = 0.$$

Il est évident, qu'en vertu de (2), nous pouvons remplacer dans la dernière formule $\frac{S_n(x)}{q(x)}$ par une suite de polynômes $R_n(x)$. D'autre part, la condition (2) est nécessaire, parce que $q(x)\cdot f(x)$ appartient à la classe B_2, si $f(x) = \frac{1}{q(x)}$ *.

Nous disons que $g(x)$ est minorante pour $h(x)$, si $|g(x)| \leqslant |h(x)|$ à l'intérieur de B.

Soit (D) la classe des fonctions $\vartheta(x)$ régulières à l'intérieur de B et telles qu'on peut approximer $\vartheta(x)$ par des fonctions minorantes bornées $w_n(x)$ qui tendent uniformément vers $\vartheta(x)$ à l'intérieur de B (c'est-à-dire dans chaque domaine fermé situé à l'intérieur de B). Cette classe de fonctions a été complètement caractérisée par V. Smirnoff (2) dans le cas d'un cercle.

Théorème 2. *Si* $q(x) \subset B_2$ et $\frac{1}{q(x)} \subset (D)$, *la formule* (2) *a lieu pour chaque fonction de la classe* A_q.

Soit $r_n(x)$ les fonctions $w_n(x)$ précédemment mentionnées pour $\vartheta(x) = \frac{1}{q(x)}$. En appliquant le théorème connu sur le passage à la limite sous le signe d'intégrale, nous avons:

$$\lim_{n\to\infty} \iint_B |q(x)|^2 \cdot \left|\frac{1}{q(x)} - r_n(x)\right|^2 d\sigma = 0.$$

D'autre part, on peut approximer uniformément à l'intérieur de B les fonctions bornées $r_n(x)$ par des polynômes bornés $R_n(x)$ (1).

En se servant de l'inégalité $|a+b|^2 \leqslant 2(|a|^2 + |b|^2)$ et du théorème sur le passage à la limite sous le signe d'intégrale (les fonctions sous le signe d'intégrale sont en module inférieures à une fonction sommable), nous aurons la formule (2).

---

* Une condition analogue à la condition (2) est donnée par M. A. Markuševič.

Dans le cas du cercle $|z|<1$, les conditions de ce théorème 2 sont satisfaites pour chaque fonction $q(z)$ dont le module $|q(e^{ia})|$ a pour valeurs limites une fonction sommable et qui peut être représentée par la formule:

$$q(z)=e^{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\lg|q(e^{ia})|\cdot\frac{e^{ia}+z}{e^{ia}-z}\,da}. \tag{3}$$

En effet dans ce cas $\frac{1}{q(z)}\subset(D)$ et

$$\lim_{r\to 1}\int_0^{2\pi}|q(re^{ia})|\,d\alpha<\infty,$$

mais il résulte de cette formule, en vertu d'un théorème de M. M. Hardy-Littlewood (3), que $q(z)\subset B_2$, c'est-à-dire les conditions du théorème 2 sont satisfaites.

Les conditions précédentes ne sont pas nécessaires pour (1). Il est facile de construire des exemples de fonctions $q(x)$, où (1) a lieu pour chaque fonction de la classe A_q, mais $\frac{1}{q(x)}$ n'appartient pas à (D). Soit B le cercle $|z|<1$, et $w=\varphi(z)$ une fonction qui réalise la représentation de ce cercle sur un domaine C limité par contour simple de Jordan. Si nous prenons $q(z)=\varphi'(z)$, la classe est fermée, mais on peut construire un domaine C, tel que les valeurs limites de $\varphi'(z)$ n'existent pas sur un ensemble de mesure positive, donc $\frac{1}{\varphi(z)}$ n'appartient pas à (D).

Notons encore une condition simple pour que la classe soit fermée dans le cas du cercle $|z|<1$.

Théorème 3. *Si $q(z)$ appartient à B_2 et*

$$\lim_{\delta\to 1-0}\frac{1}{\pi}\iint_{|z|<1}\left|\frac{q(z)}{q(\delta z)}\right|^2 d\sigma=1,\qquad(\delta>0) \tag{4}$$

la classe est fermée.

En effet, il suit de (3), que

$$\lim_{\delta\to 1-0}\frac{1}{\pi}\iint_{|z|<1}|q(z)|^2\cdot\left|\frac{1}{q(z)}-\frac{1}{q(\delta z)}\right|^2 d\sigma=\lim_{\delta\to 1-0}\frac{1}{\pi}\iint_{|z|<1}\left|1-\frac{q(z)}{q(\delta z)}\right|^2 d\sigma=0.$$

D'autre part on peut approximer la fonction $\frac{1}{q(\delta z)}$ $(0<\delta<1)$ par des polynômes dans le cercle fermé $|z|\leqslant 1$, d'où il suit (2).

La condition du dernier théorème est remplie, par exemple, pour la fonction $\prod_1^n e^{\frac{1}{z-a_i}}$, où a_i sont des points de la circonférence $|z|=1$, ainsi que pour polynômes qui n'ont pas de zéros à l'intérieur du cercle.

Il est facile de voir que le nombre fini des zéros de la fonction $q(x)$ à l'intérieur de B n'a pas d'influence sur la formule (1), donc elle subsiste pour le cas où $q(x)$ est un polynôme.

On peut démontrer aussi que la formule (1) a lieu pour la fonction $q(x)$ dans le cas où $\frac{q(z)}{z}$ représente le cercle $|z|<1$ sur un domaine étoilé par rapport au point à l'infini.

Notons encore que tous ces résultats ont lieu pour une approximation du type:

$$\lim \iint_B |q(x)|^p \cdot |f(x) - P_n(x)|^p \, d\sigma = 0. \qquad (p > 0)$$

Institut de Mathématiques
et de Mécanique de l'Université de
Léningrad.

Manuscrit reçu
le 23. IV. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] J. Farrel, Bull. of the Amer. M. S., XL, № 12 (1934) et № 10 (1935). [2] V. I. Smirnoff, Journ. Soc. Phys.-Math. Léningrad, II, fasc. 2 (1930). [3] Hardy-Littlewood, Proceed. L. M. S., 26, part 4 (1927).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

MATHÉMATIQUES

SUR UN CERTAIN PROBLÈME DE LA THÉORIE DES ÉQUATIONS INTÉGRALES SINGULIÈRES

Par S. MICHLIN

(Présenté par I. M. Vinogradow, de l'Académie, le 29. IV. 1937)

Considérons une équation intégrale singulière

$$L(\varphi, \lambda) = \varphi(x) - \frac{\lambda b(x)}{2\pi} V \cdot P \cdot \int_0^{2\pi} \varphi(s) \operatorname{ctg} \frac{s-x}{2}\, ds = f(x); \qquad (1)$$

en appliquant aux deux membres de cette équation l'opération

$$M(\psi, \lambda) = \frac{1}{1+\lambda^2 b^2(x)} \left[\psi(x) + \frac{\lambda b(x)}{2\pi} V \cdot P \cdot \int_0^{2\pi} \psi(s) \operatorname{ctg} \frac{s-x}{2}\, ds \right] + t(\psi)^*, \qquad (2)$$

nous la réduisons à une équation de Fredholm (1). Cependant, dans le cas général cette équation n'est pas équivalente à l'équation (1).

Dans cette note nous étudions les conditions pour qu'il soit possible de réduire l'équation (1) à une équation de Fredholm équivalente.

Dans l'équation (1) $b(x)$ désigne une fonction complexe, à période 2π, qui satisfait à la condition de Lipschitz; $f(x)$ est une somme d'une fonction connue et d'un opérateur linéaire totalement continu dans L_2. Enfin λ est un paramètre numérique.

On sait qu'il est possible de déterminer l'opération fonctionnelle

$$p(\varphi) = \frac{1}{2\pi} V \cdot P \cdot \int_0^{2\pi} \varphi(s) \operatorname{ctg} \frac{s-x}{2}\, ds \qquad (3)$$

dans l'espace L_2. On peut effectuer cette détermination au moyen des formules connues:

$$p(1) = 0, \quad p(e^{imx}) = \begin{cases} +ie^{imx}, & m > 0, \\ -ie^{imx}, & m < 0, \end{cases} \qquad (4)$$

$$p(\varphi) = \sum \varphi_m p(e^{imx}), \quad \text{si } \varphi = \sum \varphi_m e^{imx}.$$

* $t(\psi)$ désigne un opérateur arbitraire totalement continu et linéaire.

Il est évident que $p(\varphi)$ est un opérateur linéaire dans L_2, dont la norme est égale à 1, et l'on a:

$$\| b(x)\, p(\varphi) \| \leqslant \max | b(x) | . \tag{5}$$

Traçons dans le plan complexe λ les courbes:

$$\lambda = + \frac{i}{b(x)}; \quad \lambda = - \frac{i}{b(x)} . \tag{6}$$

Ces courbes coupent le plan λ en un certain nombre de domaines connexes. L'un de ces domaines D_0 contient le point $\lambda = 0$ (ce domaine existe toujours). Un autre domaine D_∞ peut contenir le point $\lambda = \infty$. Enfin certains domaines D peuvent ne contenir ni $\lambda = 0$, ni $\lambda = \infty$.

Théorème. *L'équation* (1) *peut être réduite à une équation de Fredholm équivalente, si* λ *appartient à* D_0 *ou bien à* D_∞.

Nous allons résoudre l'équation (1) par la méthode des approximations successives en posant

$$\varphi_0(x) = f(x); \quad \varphi_n(x) = f(x) + \lambda b(x)\, p(\varphi_{n-1}).$$

Ce procédé est convergent dans le cercle $|\lambda| < \frac{1}{\max | b(x) |}$, qui appartient à D_0, et nous obtiendrons comme résultat une équation de Fredholm équivalente à (1). Soit maintenant $\lambda = \lambda^*$ un point situé à l'intérieur de D_0, mais en dehors du cercle mentionné. Prenons un certain point λ_0 dans ce cercle. Joignons λ_0 et λ^* par une courbe l appartenant entièrement à D_0. Nous pouvons écrire (1) dans la forme:

$$\varphi(x) - \lambda_0 b(x)\, p(\varphi) = f(x) + (\lambda - \lambda_0)\, b(x)\, p(\varphi). \tag{7}$$

En résolvant l'équation (7) nous la réduisons à l'équation équivalente

$$\varphi(x) - \frac{(\lambda - \lambda_0)\, b(x)}{1 + \lambda\lambda_0 b^2(x)}\, p(\varphi) = f_1(x). \tag{8}$$

Ici $f_1(x)$ est aussi une somme d'une fonction connue et d'un opérateur linéaire totalement continu. Il est aisé de voir qu'on peut résoudre (8) par la méthode des approximations successives pour les valeurs de λ appartenant au cercle

$$|\lambda - \lambda_0| < \frac{d}{B + \Lambda B^2} = R. \tag{9}$$

Ici $B = \max | b(x) |$; $\Lambda = \max | \lambda |$ le long de l, et $d = \min | 1 + \lambda^2 b^2(x) |$ le long de la même courbe. Prenons maintenant un point λ_1 de l situé à l'intérieur du cercle (9) et écrivons (8) dans la forme:

$$\varphi(x) - \frac{(\lambda_1 - \lambda_0)\, b(x)}{1 + \lambda_1\lambda_0 b^2(x)}\, p(\varphi) = \left[\frac{(\lambda - \lambda_0)\, b(x)}{1 + \lambda\lambda_0 b^2(x)} - \frac{(\lambda_1 - \lambda_0)\, b(x)}{1 + \lambda_1\lambda_0 b^2(x)} \right] p(\varphi) + f_1(x).$$

En appliquant à cette équation la méthode des approximations successives, nous la réduisons à l'équation:

$$\varphi(x) - \frac{(\lambda - \lambda_1)\, b(x)}{1 + \lambda\lambda_1 b^2(x)}\, p(\varphi) = f_2(x). \tag{10}$$

Le procédé des approximations successives appliqué à l'équation est convergent dans le cercle

$$|\lambda - \lambda_1| < R \tag{11}$$

et réduit (10) à une équation de Fredholm équivalente. Des raisonnements analogues nous montrent que pour $\lambda = \lambda^*$ l'équation (1) est encore équivalente à une équation de Fredholm.

Si le domaine D_∞ existe, la fonction $b(x)$ ne s'annule pas. Appliquons aux deux membres de (1) l'opération

$$\frac{1}{\lambda b(x)}\left[p(\psi) + \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \psi(s)\,ds\right] \tag{12}$$

et posons $\lambda = \frac{1}{\lambda'}$. Cela réduit (1) à l'équation équivalente

$$\varphi(x) + \frac{\lambda'}{b(x)}\, p(\varphi) = f'. \tag{13}$$

Le domaine D_∞ se transforme en un domaine du type D_0, situé dans le plan λ'. Notre théorème est ainsi démontré.

Il suit de nos raisonnements qu'on peut réduire l'équation (1) à une équation de Fredholm équivalente après avoir appliqué aux deux membres de (1) l'opération (2), où l'opérateur totalement continu $t(\psi)$ est convenablement choisi.

Quant aux domaines D, on peut démontrer le théorème suivant: *Soit $D^{(0)}$ un des domaines D et $\lambda^{(0)}$ un point qui appartient à $D^{(0)}$. Supposons qu'il existe un opérateur*

$$M(\psi) = \mu(x)\,\psi(x) + \nu(x)\,p(\psi) + t(\psi) \tag{14}$$

($t(\psi)$ est un certain opérateur linéaire et totalement continu) tel que l'équation

$$M[L(\varphi, \lambda^{(0)})] = M(f)$$

est du type de Fredholm et équivalente à l'équation

$$L(\varphi, \lambda^{(0)}) = f.$$

Alors, l'équation (1) *est équivalente à celle de Fredholm dans tout le domaine $D^{(0)}$.*

On peut poser un problème analogue pour les équations intégrales singulières à deux variables indépendantes:

$$L(\varphi) = a(M)\,\varphi(M) + V.P.\,\frac{1}{2\pi}\int\int \varphi(M_1)\,\frac{f(M,\psi)}{R^2}\,dx_1 dy_1 = F(M). \tag{15}$$

Ici l'intégrale est étendue sur tout le plan; R et ψ sont les coordonnées pôlaires du point M_1 par rapport au pôle M;

$$\varphi(M) = O\left(\frac{1}{x^2 + y^2 + 1}\right); \tag{16}$$

$F(M)$ est une somme d'une fonction connue et d'un opérateur linéaire totalement continu. Enfin

$$f(M, \psi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n(M)\, e^{in\psi}; \quad (a_0(M) \not\equiv 0)^*.$$

---

* $f(M, \psi)$ satisfait à quelques conditions complémentaires (3).

On connait les conditions nécessaires et suffisantes ([2], [3]) pour que l'application d'une opération du type:

$$M(\chi) = b(M)\chi(M) + V.P.\frac{1}{2\pi}\int\int \chi(M_1)\frac{f_1(M,\frac{r}{r})}{R^2}dx_1dy_1 + t(\chi)^*, \qquad (17)$$

aux deux membres de (15) réduise cette équation à une équation de Fredholm **.

Ici nous allons énoncer (sans démonstration) les nouveaux résultats essentiels que nous avons obtenu pour les équations du type (15).

1. On peut déterminer l'opération fonctionnelle (15) *dans l'espace des fonctions satisfaisant à la condition* (16) *et à carrés sommables dans tout le plan. La norme de cette opération ne surpasse pas la quantité*

$$\max|a(M)| + \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{\max|a_n(M)|}{|n|}. \qquad (18)$$

2. Supposons qu'il existe une opération du type (17) *telle que l'équation*

$$M[L(\varphi)] = M(F) \qquad (19)$$

soit du type de Fredholm. Alors on peut choisir $t(\chi)$ *de telle manière que les équations* (15) *et* (19) *soient équivalentes.*

Institut Sismologique.
Académie des Sciences de l'URSS.
Moscou.

Manuscrit reçu
le 29. IV. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] F. Noether, Mathem. Ann., **82**, 41—63, spécialement 44—46 (1921). [2] S. Michlin, C. R. Acad. Sci. URSS, II (IX), No I (87) (1936). [3] S. Michlin, Recueil Mathématique (Moscou), I (**43**), 4, 535—551 (1936).

* $t(\chi)$ est un opérateur linéaire totalement continu.
** Cette équation n'est pas nécessairement équivalente à celle de (15).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

ASTRONOMIE

SUR L'INTÉGRALE DE WHITTAKER, SE RATTACHANT À LA SOLUTION PÉRIODIQUE DU PROBLÈME RESTREINT DES TROIS CORPS

Par Nathalie REIN

(Présenté par B. G. Fessenkoff, de l'Académie, le 13. IV. 1937)

E. T. Whittaker, dans une note très intéressante (1), nous montre que si B est la trajectoire périodique du problème restreint des trois corps:

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} = \frac{\partial U}{\partial x}, \qquad \ddot{y} + 2n\dot{x} = \frac{\partial U}{\partial y} \tag{1}$$

on a la relation suivante:

$$\frac{1}{2\pi}\int\int_S \left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\ln G^2) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(\ln G^2)\right\} dxdy = -\frac{nT}{\pi}, \tag{2}$$

ou bien

$$\frac{1}{2\pi}\int\int_S \left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\ln G^2) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(\ln G^2)\right\} dxdy = -1 - \frac{nT}{\pi}, \tag{2'}$$

ou bien encore

$$\frac{1}{2\pi}\int\int_S \left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\ln G^2) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(\ln G^2)\right\} dxdy = -2 - \frac{nT}{\pi}, \tag{2''}$$

où $G^2 = U + h$, h étant la constante de l'intégrale de Jacobi, T la période synodique de la révolution, et où l'intégrale est étendue à l'intérieur du domaine borné par la trajectoire B; dans le premier cas (2) deux centres attractifs se trouvent à l'intérieur de ce domaine; dans le second cas (2') il n'y en a qu'un seul; et il n'y en a aucum dans le troisième cas (2'').

Pour déduire les formules (2), (2'), (2''), Whittaker s'appuyait sur ce fait que sur la trajectoire B on a l'égalité:

$$\frac{G}{\rho} + \cos\varphi\frac{\partial G}{\partial x} + \sin\varphi\frac{\partial G}{\partial y} + \frac{n}{\sqrt{2}} = 0, \tag{3}$$

où ρ est le rayon de la courbure de la trajectoire et φ — l'angle formé par la normale de la trajectoire et l'axe des x.

Il est à regretter que les relations (2), (2') et (2'') n'aient pas été utilisées jusqu'à présent, car il nous semble qu'on aurait pu en profiter

dans l'étude des trajectoires périodiques du problème et surtout des familles de ces trajectoires. En particulier, il serait d'intérêt considérable de donner des applications concrètes des formules de Whittaker à l'étude des riches matériaux que nous fournissent les recherches brillantes de l'École de Copenhague.

Toutefois, il paraît qu'il n'a pas encore été signalé en littérature que les relations (2) contiennent une erreur et que, même s'il n'en était pas ainsi, elles ne peuvent être valables que pour les trajectoires périodiques du mouvement synodique direct.

Cet article a pour but de donner une déduction de la formule corrigée de Whittaker, autant pour les mouvements synodiques directs que pour les mouvements inverses. Nous nous permettons d'indiquer en terminant cette note une certaine relation supplémentaire, se rattachant à un cas non examiné par Whittaker.

Supposons, en premier lieu, que la trajectoire B représente une courbe simple et régulière fermée, c'est-à-dire, qu'elle fait une simple révolution et n'a pas de points singuliers; dans ce cas cette trajectoire divisera tout le plan en deux parties. Convenons d'appeler intérieure, par rapport à la trajectoire B, la partie du plan pour laquelle le rayon-vecteur, tracé d'un point quelconque de cette partie du plan, fait une révolution complète lorsque le point décrit la trajectoire; nous appellerons — extérieure, la partie du plan qui n'est pas intérieure. Convenons aussi d'appeler normale extérieure de la trajectoire la partie de la normale dirigée vers la partie extérieure du plan. Alors la trajectoire B sera appelée trajectoire du mouvement synodique direct, si la direction de la vitesse en chaque point s'obtient en effectuant la rotation du vecteur de la normale extérieure d'un angle égal à $+\frac{\pi}{2}$; on envisage, comme direction positive du calcul des angles, la direction de la rotation des masses finies ou bien — la direction de la rotation des axes (x, y). La trajectoire B sera appelée trajectoire du mouvement synodique inverse si dans la définition précédente on remplace $+\frac{\pi}{2}$ par $-\frac{\pi}{2}$.

Supposons maintenant qu'il n'existe pas à l'intérieur de la trajectoire B de points de la courbe où la vitesse est nulle:

$$U + h = 0, \tag{4}$$

et considérons l'intégrale

$$\frac{1}{2\pi}\int\int_S \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2}[\ln(U+h)] + \frac{\partial^2}{\partial y^2}[\ln(U+h)] \right\} dxdy \tag{5}$$

étendue à la partie du plan intérieure par rapport à B.

En introduisant les notations:

$$\frac{\partial}{\partial x}[\ln(U+h)] = Q; \quad \frac{\partial}{\partial y}[\ln(U+h)] = -P, \tag{6}$$

représentons l'intégrale (5) à l'aide de la formule de Green, sous la forme:

$$\frac{1}{2\pi}\int_B (Pdx + Qdy) + \lim\frac{1}{2\pi}\int_\gamma (Pdx + Qdy) + \lim\frac{1}{2\pi}\int_{\gamma'} (Pdx + Qdy), \tag{7}$$

où γ et γ'' sont des petits cercles, entourant les masses attractives. Les intégrales les long des contours γ et γ'' se trouvent dans la formule (7) seulement dans le cas où il existe des masses attractives à l'intérieur de la trajectoire.

Jusqu'ici, notre calcul ne diffère en rien de celui de Whittaker; à present nous allons effectuer une transformation en introduisant, au lieu de la formule incorrecte (3), employée par Whittaker, la relation suivante, qui a lieu sur la trajectoire:

$$\frac{\sqrt{U+h}}{\rho} + \cos\varphi \frac{\partial}{\partial x}\sqrt{U+h} + \sin\varphi \frac{\partial}{\partial y}\sqrt{U+h} \pm n\sqrt{2} = 0. \qquad (8)$$

L'équation (8) est tout simplement la condition pour que les deux courbes suivantes coïncident: 1) le lieu géométrique des contacts d'ordre supérieur des trajectoires du problème (1) et des lignes du système topographique (²), 2) l'une des lignes de ce système (la ligne B dans le cas considéré). Or, cette condition est nécessaire et suffisante pour que B soit la trajectoire du problème (1) (¹). En vertu de ce que le problème (1) est un problème irréversible, la condition (8) est d'aspect différent pour les trajectoires du mouvement synodique direct et pour celles du mouvement inverse: le signe supérieur (+) correspond au cas où B est la trajectoire du mouvement synodique direct; le signe inférieur (—), à celui où B est la trajectoire du mouvement synodique inverse.

L'équation (8) peut être obtenue de même comme condition pour que la variation de l'intégrale de l'action de Maupertuis soit nulle (méthode de déduction employée par Whittaker).

En tenant compte de l'expression (8) et en transformant la fonction sous le signe de la première des intégrales de la formule (7) d'une manière analogue à celle de Whittaker (¹), nous obtenons:

$$\frac{1}{2\pi}\int_B (Pdx + Qdy) = -\frac{1}{2\pi}\int_B (2d\varphi \pm 4ndt) = -2 \mp \frac{2nT}{\pi}. \qquad (9)$$

Quant aux deux autres intégrales curvilignes, entrant dans (7), chacune d'elles, comme l'a démontré Whittaker, a pour limite —1.

Donc, le théorème de Whittaker, formulé dans la note qui nous occupe, doit être exprimé sous sa forme corrigée, de la manière suivante:

Si B est une trajectoire simple, régulière et fermée du problème (1), ne contenant à l'intérieur de points de la courbe où la vitesse est nulle (4), l'intégrale (5) étendue à l'intérieur de B a la valeur:

$$1) \mp \frac{2nT}{\pi}, \quad \text{ou } 2) -1 \mp \frac{2nT}{\pi}, \quad \text{ou bien } 3) -2 \mp \frac{2nT}{\pi}, \qquad (10)$$

suivant que la trajectoire examinée renferme 1) deux centres attractifs, 2) un seul centre ou 3) n'en renferme aucun, le signe supérieur correspondant partout au cas où B est une trajectoire du mouvement synodique direct, et le signe inférieur correspondant au cas où B est une trajectoire du mouvement synodique inverse.

Tout ce qui précède se rapportait au cas où il n'existe pas, à l'intérieur de la trajectoire, de points de la courbe où la vitesse est nulle (4). Si, toutefois, h est tel que la courbe où la vitesse est nulle existe et possède des branches situées à l'intérieur de la trajectoire, tous les raisonnements que nous venons d'exposer ne sont plus valables.

On peut voir que pour de telles orbites des formules analogues auront lieu. Sans examiner tous les cas possibles, nous ne donnons ici que l'analyse d'un cas simple, se rapportant aux orbites périodiques éloignées, entourant un système de masses finies et de points de libration. Supposons que B' soit une telle trajectoire et que la courbe où la vitesse est nulle (4) soit située entièrement à l'intérieur de B'. Supposons de même que B' satisfait à toutes les autres conditions devant être

remplies par rapport à la trajectoire B dans le cas précédent. Examinons l'intégrale

$$\frac{1}{2\pi}\iint_{S'}\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}[\ln(U+h)]+\frac{\partial^2}{\partial y^2}[\ln(U+h)]\right\}dxdy, \qquad (11)$$

étendue à la partie du plan extérieure, par rapport à la trajectoire fermée B'. Nous la transformons d'après la formule de Green, en désignant par γ'' un cercle de rayon R assez grand, ayant pour centre le centre d'inertie et renfermant à l'intérieur la trajectoire B'. Nous obtenons en employant des notations (6):

$$-\frac{1}{2\pi}\int_{B'}(Pdx+Qdy)+\lim\frac{1}{2\pi}\int_{\gamma''}(Pdx+Qdy). \qquad (12)$$

Considérons l'intégrale

$$\frac{1}{2\pi}\int_{\gamma''}(Pdx+Qdy)=\frac{1}{2\pi}\int_{\gamma''}\frac{1}{U+h}\left(\frac{\partial U}{\partial x}dy-\frac{\partial U}{\partial y}dx\right). \qquad (13)$$

Nous avons, pour un rayon R assez grand:

$$U+h=\frac{n^2}{2}(x^2+y^2)+h+\ldots, \quad \frac{\partial U}{\partial x}=n^2x+\ldots, \quad \frac{\partial U}{\partial y}=n^2y+\ldots \qquad (14)$$

Par conséquent, l'intégrale (13) peut être mise sous la forme:

$$\frac{1}{2\pi}\int_{\gamma''}\left(\frac{x}{R^2}dy-\frac{y}{R^2}dx\right)+\ldots, \qquad (15)$$

où les membres non-écrits tendent vers zéro pour R tendant vers l'infini. En effectuant l'intégration et en passant à la limite pour R tendant vers l'infini, nous obtenons: $\frac{1}{2\pi}\int_{\gamma''}(Pdx+Qdy)=2.$ (16)

Si nous tenons compte, comme dans le cas précédent, du fait que la relation (8) doit avoir lieu sur la trajectoire et si nous faisons le même calcul, nous arriverons, pour le cas en question, à la formule:

$$\frac{1}{2\pi}\iint_{S'}\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}[\ln(U+h)]+\frac{\partial^2}{\partial y^2}[\ln(U+h)]\right\}dxdy=4\pm\frac{2nT}{\pi}, \qquad (17)$$

où le signe supérieur correspond encore à la trajectoire du mouvement synodique direct, tandis que le signe inférieur, à la trajectoire du mouvement inverse.

Nous pouvons donc compléter le théorème de Whittaker, comme il suit:

Si B' est une trajectoire simple, régulière, fermée du problème (1) en dehors de laquelle il n'existe ni de points de la courbe où la vitesse est nulle (4) ni de masses attractives, l'intégrale (11) étendue à la partie du plan extérieure par rapport à B', a la valeur:

$$4\pm\frac{2nT}{\pi}, \qquad (18)$$

le signe supérieur correspondant au cas, où B' est la trajectoire du mouvement synodique direct, et le signe inférieur, à celui où la trajectoire B' est celle du mouvement synodique inverse.

Manuscrit reçu
le 13. IV. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] E. T. Whittaker, Monthly Notices R.A.S., LXII, № 5 (1902). [2] N. Moiseiev, Publications of the Sternberg Astr. State Institute, VII, Part I (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

MECHANIK

ÜBER DIE STABILITÄT DER BEWEGUNG IM SINNE VON LIAPOUNOFF

Von J. MALKIN

(Vorgelegt von S. N. Bernstein, Mitglied der Akademie, d. 23. IV. 1937)

Diese Arbeit ist der Untersuchung der Stabilität von Bewegungen im Sinne Liapounoffs gewidmet. Wir nehmen an, dass die Differentialgleichungen der gestörten Bewegung die Gestalt:

$$\begin{gathered}\frac{dx}{dt} = X(t, x, y, x_1, \ldots, x_n),\ \frac{dy}{dt} = Y(t, x, y, x_1, \ldots, x_n),\\ \frac{dx_s}{dt} p_{s1} x_1 + \ldots + p_{sn} x_n + X_s(t, x, y, x_1, \ldots, x_n)\\ (s = 1, 2, \ldots, n),\end{gathered} \tag{1}$$

haben, wobei die Potenzreihenentwicklungen von X, Y, X_s in der Umgebung von $x = y = x_1 = \ldots = x_n = 0$ keine Glieder von den Ordnungen 0.1 enthalten. Die Koeffizienten dieser Entwicklungen seien reelle, stetige und beschränkte Funktionen der Zeit t im Intervall $(0, \infty)$. Die Koeffizienten $p_{s\sigma}$ seien reelle, stetige und beschränkte Funktionen von t, die die Eigenschaft besitzen, dass es drei quadratische Formen

$$W(t, x_1, \ldots, x_n),\ W_1(x_1, \ldots, x_n),\ W_2(x_1, \ldots, x_n)$$

der Veränderlichen $x_1, \ldots, x_n$ gibt, die den Ungleichungen:

$$W \geqslant W_1,$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} - \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial W}{\partial x_s}(p_{s1} x_1 + \ldots + p_{sn} x_n) \leqslant -W_2$$

genügen. Dabei sind die Koeffizienten der Form W beschränkte Funktionen von t, während die Formen W_1, W_2 von t unabhängig und positiv definit sind.

Wir bezeichnen mit X^0, Y^0, X_s^0 die Ausdrücke, die sich ergeben, wenn wir in den X, Y, X_s $x_1 = \ldots = x_n = 0$ setzen. Ferner bezeichnen wir mit $X^{(m)}(x, y)$, $Y^{(m)}(x, y)$ die Formen m-ter Ordnung, die die Gesamtheit der Glieder niedrigster Ordnung in den Potenzreihenentwicklungen von X^0 und Y^0 bilden. Wir nehmen an, dass die Koeffizienten dieser For-

men konstant sind und dass in den Potenzreihenentwicklung von X_s^0 kein Glied von kleinerer als m Ordnung vorkommt. Dann gilt folgendes:

1) Ist die Form

$$G(x, y) = xY^{(m)}(x, y) - yX^{(m)}(x, y)$$

nicht definit, und kann die Form

$$P(x, y) = xX^{(m)}(x, y) + yY^{(m)}(x, y)$$

bei $G = 0$ positive Werte annehmen, so ist die ungestörte Bewegung instabil.

2) Nimmt dagegen für alle Wertesysteme von (x, y), die von (0,0) verschieden sind und der Gleichung $G = 0$ genügen, die Form P nur negative Werte an, so ist die ungestörte Bewegung asymptotisch stabil.

3) Ist G definit und ist die Grösse

$$\lambda = \int_0^{2\pi} \frac{P(\cos\vartheta, \sin\vartheta)}{G(\cos\vartheta, \sin\vartheta)}\, d\vartheta$$

von Null verschieden, so ist die ungestörte Bewegung für $\lambda G < 0$ asymptotisch stabil, für $\lambda G > 0$ unstabil.

Diese Sätze ermöglichen uns, die Aufgabe vollständig für alle Fälle zu lösen, nur folgende zwei Fälle ausgenommen:

1) die Form P kann auf den Geraden $G = 0$ wohl verschwinden, aber nicht positive Werte annehmen.

2) G ist definit, λ verschwindet.

Der letztere Fall, welcher ein besonderes Interesse bietet, kann erledigt werden, falls die Entwicklungskoeffizienten der rechten Seiten von (1) und die $p_{s\sigma}$ konstant sind. Dazu verfahren wir folgendermassen:

Wir bilden das System partieller Differentialgleichungen

$$\frac{\partial x_s}{\partial x} X + \frac{\partial x_s}{\partial y} Y = p_{s1} x_1 + \ \dots\ + p_{sn} x_n + X_s \qquad (s = 1, 2, \dots, n)$$

und suchen die ihm formell genügenden Potenzreihenentwicklungen vom Typus

$$x_s = \sum_{i+k \geqslant m} A^{(ik)} x^i y^k \qquad (s = 1, 2, \dots, n).$$

Solche Reihe sind immer vorhanden und eindeutig bestimmt. Durch diese Reihen ersetzen wir die Grössen $x_1, \dots, x_n$ in den ersten zwei Gleichungen (1), wodurch sie die Form

$$\frac{dx}{dt} = X^{(m)} + \overline{X}, \quad \frac{dy}{dt} = Y^{(m)} + \overline{Y}$$

annehmen, wobei $\overline{X}$ und $\overline{Y}$ holomorphe Funktionen von x, y sind, deren Entwicklungen von den Gliedern mindestens $(m+1)$-ter Ordnung beginnen.

Sodann setzen wir in diesen Gleichungen

$$x = r\cos\vartheta, \quad y = r\sin\vartheta$$

und suchen die Integrale der auf diese Weise gewonnenen Gleichungen:

$$\frac{dr}{dt} = r^m P(\cos\vartheta, \sin\vartheta) + \ \dots\ ,$$

$$r\frac{d\vartheta}{dt} = r^m G(\cos\vartheta, \sin\vartheta) + \ \dots\ ,$$

in der Form

$$V = r^2 \varphi_2 + r^3 \varphi_3 + \dots ,$$

wobei $\varphi_2, \varphi_3, \dots$ gewisse periodische Funktionen von ϑ der Periode 2π sind. Die Funktionen $\varphi_2, \varphi_3, \dots$ müssen den Gleichungen:

$$\frac{d\varphi_l}{dt} + (l+1)\varphi_l + f = 0 \qquad (l = 2, 3, \dots), \tag{2}$$

genügen, wobei f nur die Funktionen $\varphi_2, \dots, \varphi_{l-1}$ enthält. Alle Funktionen φ_s lassen sich aus den Gleichungen (2) nach und nach mittels Quadraturen berechnen. Die Funktionen φ_2 und φ_3 sind dabei notwendig periodisch. Die übrigen Funktionen können sehr wohl auch nicht periodisch sein. Es sei φ_k die erste nicht periodische Funktion in der Folge $\varphi_2, \varphi_3, \dots$, und

$$F = 0$$

sei die sie bestimmende Gleichung. Dann gibt es eine Konstante g derart, dass die Gleichung

$$F = g$$

nur periodische Lösungen besitzt. Ist $g > 0$, so ist die ungestörte Bewegung instabil. Ist dagegen $g < 0$, so ist sie asymptotisch stabil.

Analog lässt sich die Aufgabe auch in dem Fall lösen, wo alle Koeffizienten der rechten Seite der Gleichungen (1) periodische Funktionen von t sind.

Dem Beweis der Behauptungen dieser Note ist eine besondere Arbeit gewidmet.

Institut für Mathematik u. Mechanik.
Staatsuniversität. Kazan.

Eingegangen
d. 23. IV. 1937.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

HYDROMECHANICS

COMPARISON OF EXPERIMENTAL AND THEORETICAL CURVES SHOWING DISTRIBUTION OF VELOCITIES IN TURBULENT UNIFORM FLOW THROUGH PIPES

By V. A. GAVRILENKO

(Communicated by N. N. Pavlovskij, Member of the Academy, 11. IV. 1937)

The writer has developed and published (1) the basic principles governing the distribution of mean local velocities in turbulent uniform flow of liquid.

In accordance with these principles, the distribution of mean local velocities over the water cross-section can be represented by the following general equation:

$$v_{x;\,y} = v_{\max} - k \cdot \theta(x;\ y),$$

where k it a parameter having the dimension of the velocity and expressed by the formula:

$$k \cong 2.55 \cdot v_* = 2.55 \cdot \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = 2.55 \cdot \sqrt{g \cdot R \cdot I}\ ;$$

θ is a homogeneous function of the coordinates x and y, determined by the shape of the water cross-section; τ_0, the shearing stress on the wetted surface; ρ, density of the liquid; g, acceleration due to gravity; R, the hydraulic radius; I, the piezometric gradient. In the above equation the origin of coordinates is assumed to be located at that point of the water cross-section where the velocity reaches its maximum.

In order to determine to what extent the principles developed by the writer and the equations derived thereof, agree with the actual distribution of the velocities,—formulae were derived for pipes of circular and rectangular cross-section (1, 2), with subsequent comparison of the velocity diagrams for 1 rectangular pipe, 16 circular pipes with smooth inner surface, and 41 circular pipes with rough inner surface. The data for this comparison were taken from Nicuradse's experiments (3, 4, 5).

The cross-section of the rectangular pipe used by Nicuradse in his experiments (3) is shown in Fig. 1; the maximum value of the velocity $v_{\max}$ is shown in the same Fig. 1.

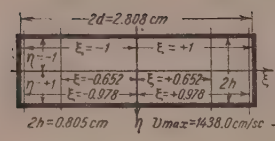


Fig. 1

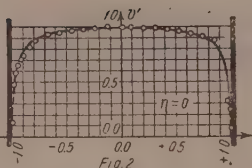


Fig. 2

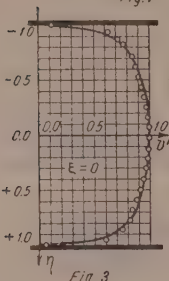


Fig. 3

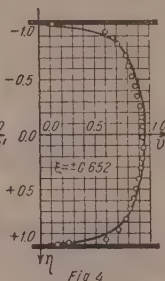


Fig 4

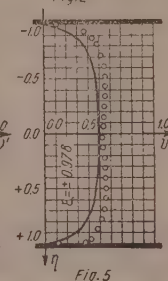


Fig. 5

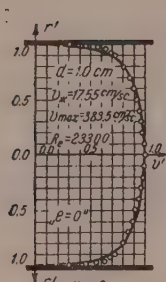


Fig. 6

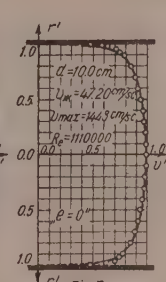


Fig 7

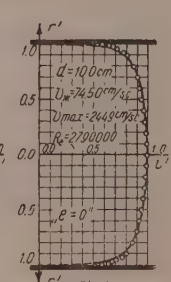


Fig 8

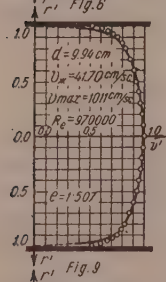


Fig. 9

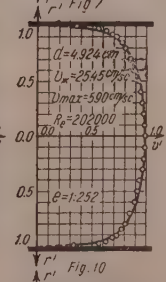


Fig. 10

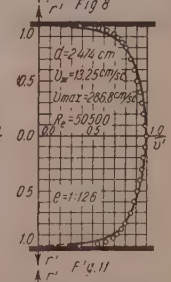


Fig. 11

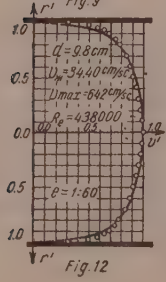


Fig. 12

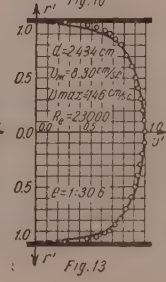


Fig. 13

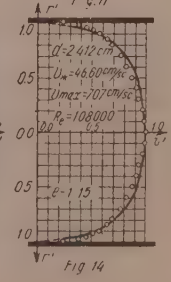


Fig 14

The diameters of 16 smooth pipes which served for Nicuradse's experiments ([4]), varied from 1 to 10 cm; the axial velocity v_{max} changed from 68.1 to 2766 cm/sec.; the average velocity v_m ranged from 54.5 to 2430 cm/sec.; the piezometric gradient I, from 0.0595 to 2.8157, and the Reynolds number Re, from 4.10^3 to $3240 \cdot 10^3$. In the experiments on circular rough pipes, Nicuradse used pipes of six different values of relative roughness e ranging from 1 : 507 to 1 : 15; the diameters d of the pipes varied from 2.412 to 9.94 cm, the axial velocity v_{max}, from 33 to 1373 cm/sec.; the average velocity v_m, from 27 to 1127 cm/sec.; the piezometric gradient I, from 0.0009 to 12.2133; and the Reynolds number Re, from $11.3 \cdot 10^3$ to $970 \cdot 10^3$.

Comparison of theoretical results with the experimental data is shown in Figs. 2 to 5.

The comparison of results, regarding the 16 smooth (relative roughness $e=0$) circular pipes, has shown that the results obtained for individual pipes agree quite satisfactorily with one another. In consequence, only data on three, out of sixteen tests, are shown in the accompanying illustrations (Figs. 6 to 8). The results referring to 41 rough pipes were found to be, as a rule, sufficiently similar to each other; they are represented in Figs. 9 to 14, by diagrams for six tests, that is, one test for each value of the relative roughness e.

In all figures (2 to 14), points in circles refer to the Nicuradse's experiments. Theoretical distribution of the velocities is shown by curves.

The comparison of test results with theoretical values, obtained by means of the formulae proposed by the writer (data of the comparison are partially shown in Figs. 2 to 14), has shown that a sufficiently satisfactory coincidence exists between the distribution of velocities calculated from the above formulae, and the distribution experimentally obtained for smooth, as well as for rough pipes. Some insignificant discrepancies between experimental and theoretically computed values of the velocities were observed in all the investigated cases of circular pipes. It can be assumed that these discrepancies are due either to the technique of the experiments, involving certain systematic disturbance of the normal distribution of velocities, or to the influence of some secondary causes, inherent in the turbulent flow, which causes were not taken into consideration in the treatment of the problem and which are to be analysed during the further study.

As regards the disagreement between the diagrams showing the distribution of experimental and theoretically computed velocities in a rectangular pipe, for the line $\xi=0.978$ (Fig. 5),—the author is going to publish in the near future certain considerations tending to explain and to take into account the concavity of the middle parts of the diagrams located near the wetted perimeter.

All-Union Scientific Research
Institute of Hydrotechnics.
Leningrad.

Received
11. IV. 1937.

REFERENCES

[1] V. Gavrilenko, C. R. Acad. Sci. URSS, 11, № 9 (1936). [2] В. А. Гавриленко, Изв. Н.-иссл. ин-та гидротехники, XIX (1936). [3] Nikuradse, V. D. I. Forschungsheft, 281 (1936). [4] Nikuradse, V. D. I. Forschungsheft, 356 (1932). [5] Nikuradse, V. D. I. Forschungsheft, 361 (1933).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

PHYSICS

ON THE THEORY OF DEPENDENCE OF THE FERRO-MAGNETIC PROPERTIES OF METALS ON TEMPERATURE

By N. AKULOV

(Communicated by S. I. Wawilow, Member of the Accdemy, 17. IV. 1937)

According to the present-day concepts, ferro-magnetic crystals consist of areas of spontaneous magnetization. This leads us to most important conclusions (1), especially concerning the dependence of saturation J_t upon temperature and magnetization J upon field. The structure of these areas, however, is not yet clear.

The following simple pattern of the «mosaic» structure of these areas, permits of making a new very important step in the development of the theory of dependence of ferro-magnetic phenomena on temperature.

1. Each area of spontaneous magnetization with the resultant spin J_t (on 1 cm^3) is, under the effect of temperature, divided into a group of smaller areas having the moment J_0 (on 1 cm^3) greater than J_t.

In the first approximation J_t may be considered as being equal to saturation at a given temperature, while J_0 is equal to saturation at alsolute zero.

2. The spins J_0 precess about J_t at different angles ϑ_m representing the functions of temperature. Thus,

$$J_t = J_0 \sum W_m \cos \vartheta_m, \tag{1}$$

where W_m is the probability of precession at the angle ϑ_m.

Let α be a certain parameter characterizing, at absolute zero, some electric, or magnetic, or mechanical property of the metal (such as electrical conductivity, energy, etc.) and depending on the direction of the vector of the spin J_0 with regard to the crystal's axes. Our scheme permits, then, the determination of the value of this parameter at any temperature between absolute zero and the Curie point.

Indeed, all we need to do in this connection is

1) to find the mean value of α for all positions which the vector J_0 takes during precession about J_t at the angle ϑ_m:

$$\bar{\alpha}_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \alpha \, d\varphi, \tag{2}$$

where φ is the angle between the plane passing through J_0, J_t and the so-called stationary plane passing through J_t;

2) to find the mean of all the values of ϑ_m for all the angles of precession:

$$\alpha_t = \sum W_m \bar{\alpha}_m, \tag{3}$$

or, when ϑ varies continuously,

$$\alpha_t = \int_0^{\pi} \alpha \, dW. \tag{3'}$$

As regards the dependence at absolute zero of such values as electrical conductivity, coefficient of the thermo-electromotive force, magnetostriction etc. on the direction of J_0, this is given by the law of anisotropy, deduced by us from the theory of the crystal lattice ([2]), and, independently, from the conditions of crystalline symmetry ([3]):

$$\alpha = a_0 + a_1 \sum_i \sigma_i^2 g_i^2 + a_2 \sum_{i \neq j} \sigma_i \sigma_j g_i g_j \qquad (i = 1, 2, 3), \tag{4}$$

where $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ are cosines determining the direction J_0, and g_1, g_2, g_3 are the cosines determining the direction of the gradient of the impressed electrical potential or the temperature fall $(T_1 - T_2)$.

The values a_1 and a_2 (the parameters of anisotropy) refer to absolute zero and, therefore, do not depend on temperature.

After the operation (2) of finding the mean value of φ we shall have from (4) ([2]):

$$\bar{\alpha}_m = a_0' + \left(a_1 \sum_i s_i^2 g_i^2 + a_2 \sum_{i \neq j} s_i s_j g_i g_j\right) P_2(\cos \vartheta_m), \tag{5}$$

where instead of $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ now stand the cosines s_1, s_2, s_3, which determine the direction of J_t, and where the common multiple is Legendre's second polynome:

$$P_2(\cos \vartheta_m) = \frac{3}{2} \cos^2 \vartheta_m - \frac{1}{2}.$$

Inasmuch as J_0 consists of a comparatively large number of parallel located spins, the probability W can be determined with the aid of classical statistics, i. e. the Langevin-Weiss formula may be used:

$$dW = \frac{\beta}{e^{\beta} - e^{-\beta}} e^{-\beta \cos \vartheta} \sin \vartheta \, d\vartheta, \tag{6}$$

where

$$\beta = \frac{3\vartheta}{T} \frac{J_t}{J_0}.$$

The formulae (3) and (6) enable us to find value of any magnitude α for a given temperature. In particular, for J_t, according to (1), we shall have:

$$J_t = J_0 \frac{\beta}{e^{\beta} - e^{-\beta}} \int_0^{\pi} P_1(\cos\vartheta_m) \sin\vartheta \, d\vartheta, \qquad (7)$$

where $P_1(\cos\vartheta) = \cos\vartheta$ is Legendre's first polynome.

Similarly, for the mean value α we shall have, according to (5) and (3):

$$\alpha_t = \bar{a}_0' + \left(a_1 \sum s_i^2 g_i^2 + a_2 \sum s_i s_j g_i g_j\right) \frac{\beta}{e^{\beta} - e^{-\beta}} \int_0^{\pi} P_2(\cos\vartheta) \sin\vartheta \, d\vartheta. \qquad (8)$$

Comparing (7) and (8) we see that to the value of saturation J_t we must take the mean value of Legendre's first polynome $P_1(\cos\vartheta_m)$, while the value of «even» effects α_t we must determine as the mean value of $P_2(\cos\vartheta)$, i. e. Legendre's second polynome.

After integration, we shall get from (7) the well known Weiss' equation for saturation:

$$J_t = J_0 \left(\operatorname{ctg} h\beta - \frac{1}{\beta}\right), \qquad (9)$$

and from (8) we shall find the following equation for «even» effects:

$$\alpha_t = \bar{a}_0' + \left(a_1 \sum_i s_i^2 g_i^2 + a_2 \sum_{i \neq j} s_i s_j g_i g_j\right) \left(1 + \frac{3}{\beta^2} - \frac{3}{\beta} \operatorname{ctg} h \beta\right). \qquad (10)$$

After elimination of $\operatorname{ctg} h \beta$ from (9) and (10), the following general expression for the dependence of anisotropy of «even» effects on temperature is arrived at for α_t:

$$\alpha_t = \bar{a}_0' + \left(1 - \frac{T}{\theta}\right)\left(a_1 \sum s_i^2 g_i^2 + a_2 \sum s_i s_j g_i g_j\right). \qquad (11)$$

Thus the problem of finding the law of anisotropy for any temperature, from the given law of anisotropy for absolute zero, may be solved.

Equation (11) permits us to draw a number of very important conclusions.

When α_t is known, the value of «even» effects (variation of electrical conductivity, of the thermo-electromotive force, magnetostriction, mechanostriction, the course of the curves of magnetization, etc.) can be found for any temperature. In particular, as a result of finding the mean value for all possible directions of the vector J_t towards the crystal's axes, we can find the values of the coefficients of «even» effects when the crystal is magnetized to saturation:

$$\bar{\alpha}_{t\infty} = \bar{\alpha}_{0\infty}\left(1 - \frac{T}{\theta}\right). \qquad (12)$$

This formula, which is applicable to all «even» effects, shows:

1. The variation of electrical conductivity (galvano-magnetic effect) with magnetization to saturation, the variation of the shape of the metal (Joule's effect), as well as the variation of thermal conductivity, must have identical temperature characteristics, i. e. they must be proportional to $\theta - T$ in the temperature interval from absolute zero to the Curie point.

2. Variations of the thermo-electromotive force of the thermo-couple when magnetized (thermo-magnetic effect) must have a characteristic different from that of the galvano-magnetic effect.

Indeed, formula (12) in the case of the thermo-magnetic effect α_t will show a variation of the coefficient of the thermo-electromotive force at a given point of the thermo-couple. After integration with T we shall have for the variation of the thermo-electromotive force of the entire thermo-couple:

$$E = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{0\infty} \left(1 - \frac{T}{\theta}\right) dT, \tag{13}$$

where T_1 and T_2 are the temperatures of the joints. From (13) follows:

$$E = \frac{\alpha_{0\infty}}{\theta} [2\theta - (T_2 + T_1)] (T_2 - T_1). \tag{14}$$

The formulae (12) and (14) are, for Ni, in quantitative conformity with the results of experiments described in the respective publications as well as of those which have been recently carried through at the magnetic laboratory of the Moscow State University [Fig. 1 for magnetostriction (4) and Fig. 2 for the galvano-magnetic effect (5)].

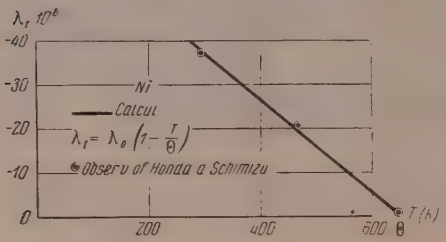


Fig. 1.

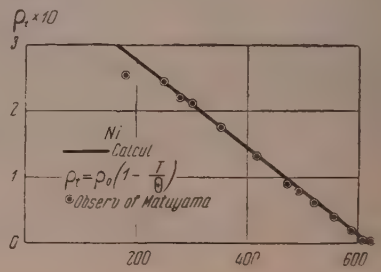


Fig. 2.

As regards the thermo-magnetic effect, the formula (14) corresponds with the empirical formula deduced by Broili (6) 1932, from his experiments conducted on Fe and Ni:

$$E = C [2\theta - (T_2 + T_1)] (T_2 - T_1), \tag{15}$$

where C is a constant independent of the temperature.

Let us see now what the above method can provide for the calculation of the influence of temperature on the energy of anisotropy of a crystal and on the curves of magnetization.

At absolute zero we have for the energy of anisotropy

$$U = U_0 + 2K_0 \sum_{i \neq j} \alpha_i^2 \alpha_j^2, \tag{16}$$

where K_0 is the constant of anisotropy with $T = 0$.

After performing the operation of finding the mean value for the angle of ψ, we shall get from (16):

$$\bar{U}_{tm} = U'_{0m} + 2K_0\Big(\sum_{i\neq j} s_i^2 s_j^2\Big) P_4(\cos\vartheta_m), \qquad (17)$$

where $P_4(\cos\vartheta)$ is Legendre's fourth polynome:

$$P_4(\cos\vartheta) = \frac{1}{8}(35\cos^4\vartheta - 30\cos^2\vartheta + 3).$$

Finding now the mean value of U_{tm} according to $\Big(U_t = \int_0^{\infty} \bar{U}_{tm}\, dW\Big)$, we shall get for the energy at the given temperature:

$$U_t = \bar{U}_{0m} + K_0\Big(\sum_{i\neq j} s_i^2 s_j^2\Big)\Big[1 + \frac{45}{\beta^2} + \frac{105}{\beta^4} - \Big(\frac{10}{\beta} + \frac{105}{\beta^3}\Big)\operatorname{ctg} h\beta\Big]. \qquad (18)$$

At low temperatures, when β is high (of the order 5 and higher), the expression in square brackets tends towards $\Big(1 - \frac{1}{\beta}\Big)^{10}$, while $\frac{|J_t|}{|J_0|}$ gives in this case $1 - \frac{1}{\beta}$.

Thus, at low temperatures

$$U_t = \text{const} + K_0\Big(\frac{J_t}{J_0}\Big)^{10} \sum s_i^2 s_j^2. \qquad (19)$$

Similarly, for high temperatures $T \to \theta$ we shall find:

$$U_t = \text{const} + K_0\Big(\frac{J_t}{J_0}\Big)^{4} \sum s_i^2 s_j^2. \qquad (20)$$

These formulae are in quantitative conformity with the results of the experiments carried through by Titov (7) and Kirensky for the curves of magnetization, both parallel and normal components.

In particular, they admit the computation of the course of the curves of magnetization as depending on temperature (both the parallel and the normal components), as well as the work of magnetization of both monocrystals and polycrystals.

Thus we see that the method under consideration permits of deducing laws for the dependence of all the most important ferro-magnetic properties of metals on temperature, namely:

1. The curves of magnetization of crystals (the parallel and normal components).
2. Magnetostriction.
3. Mechanostriction.
4. ΔE-effect.
5. The influence of tension on the curves of magnetization.
6. Thompson-Nernst effect.
7. Galvano-magnetic effect, etc.

In conclusion it should be mentioned that the method given in this paper also permits the demonstration of the truth of the principle of

equivalence, put forward by us in one of the previous works for the case of low temperatures (8).

Magnetic Laboratorium of the Institute
of Physics.
Moscow State University.

Received
17. IV. 1937.

REFERENCES

[1] P. Weiss, Journ. de Phys., (4), **6**, 601 (1907); J. Dorfman u. J. Frenkel, ZS. f. Phys., **49**, 31 (1928); W. Heisenberg, ZS. f. Phys., **49**, 619 (1928), **69**, 297 (1931); R. H. Fowler a. P. L. Kapitza, Proc. Roy. Soc., **124**, 1 (1929); E. Stoner, Phil. Mag., **10**, 27 (1930); R. Becker, ZS. f. Phys., **62**, 253 (1930); Phys. ZS., **33**, 905 (1932); K. Sixtus a. L. Tonks, Phys. Rev., **37**, 930 (1931); N. Akulov, ZS. f. Phys., **52**, 389 (1928), **67**, 794 (1931), **69**, 78 (1931). [2] N. Akulov, ZS. f. Phys., **52**, 389 (1928). [3] N. Akulov, ZS. f. Phys., **87**, 768 (1934). [4] Honda a. Schimizu, see Int. Crit. Tables. [5] Matuyama, Sciences Rep. of Tôhôku Univ. (1936). [6] H. Broili, Ann. d. Phys., **14**, 259 (1932). [7] E. Titow, Phys. ZS. d. Sow. Un., **10**, 337 (1936). [8] N. Akulov, ZS. f. Phys., **100**, 197 (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

PHYSICS

ON THE THEORY OF RADIATION OF A GASEOUS DISCHARGE

By V. FABRICANT

(Communicated by S. I. Wawilow, Member of the Academy, 29.IV.1937)

1. In respect of the conditions of excitation, there exist two limiting mutually-opposing types of discharge. 1) Limiting unbalanced excitation, in which the secondary processes do not play an important rôle. 2) Balanced excitation in which the atoms are distributed by the levels of excitation according to Boltzman's law (1).

The first type of discharge corresponds to small densities of the current and low pressures. The second type of discharge, on the contrary, corresponds to strong currents and high pressures, when there is an equilibrium between the primary and secondary processes. Both the above types of discharge are of great theoretical and practical interest. As an example of a discharge of the first type may serve the discharge in gas-filled lamps used for lighting purposes. To the second type of discharge belongs the ordinary carbon arc, and the discharge in mercury-vapour lamps of high pressure.

This work deals with the first type of discharge, and its object is the quantitative calculation of the absolute intensity of radiation of a discharge.

As the excitation of a discharge of the first type is closely associated with the elementary atom characteristics, there is a number of works in literature attempting the solution of the reverse problem—the determination of the atom characteristics from the data on radiation of a discharge.

Bartels (2) even formulated, in a general way, the principles of application of such a discharge for determination of these constants. However, a direct determination of the atom constants in pure conditions is, of course, much more reliable. In this work, we are, on the contrary, basing our calculations on the elementary atom characteristics obtained in pure conditions, determining from these characteristics the radiation of the discharge.

A complete solution of the problem should lead to the construction of a quantitative theory of discharge radiation.

2. In the conditions of the discharge of the first type the number of exciting collisions per unit of the length of the positive column of the discharge α is determined, as is known, by the following relation (3):

$$\alpha = aNN_e \int_{V_a}^{\infty} Q(V) F(V) \, dV, \qquad (1)$$

where N is the concentration of atoms, N_e—the number of electrons per unit of the length of the column, V_a—the potential of excitation, V—the energy of the electron, $Q(V)$—the effective diameter of the atom, $F(V)$—the function of distribution of the electrons by energies, a—the known constant.

As we are considering the discharge of the first type, we may disregard the secondary processes, and the number of the acts of excitation is merely equal to the number of acts of emission of quanta.

If the secondary processes are present, they may cause «quenching», and the intensity of radiation will increase.

If the probability of quenching collisions is B, then the intensity I_1, when quenching takes place, will be connected with the intensity I without quenching, by the following equation:

$$I_1 = \frac{A}{A+B} I , \qquad (2)$$

where A is the probability of radiation.

We, therefore, assume that $B \ll A$. Inasmuch as in this case the number of acts of emission is equal to the number of acts of excitation, the intensity of radiation is determined simply:

$$I = \alpha h\nu. \qquad (3)$$

It should be pointed out that A is not equal, generally speaking, to the probability of spontaneous emission of an isolated atom, but depends on the magnitude of reabsorption in the discharge.

The above described method of calculation is much simpler than that which is based on the concentrations of excited atoms, as the calculation of concentrations of excited atoms is very complicated and leads to great mathematical difficulties ([4]).

The advantage of the above method is that the reabsorption of radiation need not be taken into account. Reabsorption influences the concentration of excited atoms, as it increases their life time (that is decreases the value A), but has no effect upon the general intensity of radiation emitted by the discharge ($N_a A = \text{const}$)*.

The above, of course, holds good only in the absence of quenching. Thus, the calculation of the intensity is reduced to the determination of α.

3. As appears from (1), α is proportional to N_e. N_e is, generally speaking, not proportional to the strength of current. The concentration of the electrons increases more rapidly than the strength of the current ([5]). This fact is not given due attention when the optical properties of a discharge are considered ([6]). With the growth of pressure, when the strength of the current is constant, N_e is rapidly increasing. For the evaluation of the integral in α, it is necessary to know $F(V)$ and $Q(V)$, i. e. the distribution of the electrons by energies and the function of excitation of the given level.

The distribution of electrons by energies is considered by us as Maxwellian. Of late, works have appeared which show that in a discharge, under certain conditions, are to be observed deviations from the Maxwellian distribution, connected with insufficiency of fast electrons ([7]). But in respect of the type of discharge under investigation no fully identical data confirming the existence of such deviations are available. The

* It must be pointed out that in the absence of quenching the value A has no influence on the intensity of radiation.

functions of excitation [$Q(V)$] are at present known for a great number of atoms and for various levels ([8]).

It is true that the major part of the data are of a relative nature, but there are also some reliable values of the effective diameters for the processes of excitation. The defect of all this data, from the standpoint of their application, is that they are usually given in the form of empirical curves.

On the other hand, the theory of excitation by slow electrons of atoms, particularly the heavy ones, has been but slightly worked out so far ([9]). Therefore, some approximations of the experimental curves for the functions of excitation are to be resorted to. Without approximations it would be necessary to calculate the quadrature in α for each individual case, by points, and it would be difficult to draw general conclusions. In choosing an approximation, account should be taken of the fact that in excitation in a gaseous discharge the principal part play comparatively slow electrons.

Different authors use different approximations for the functions of excitation, the probability of excitation being often considered merely as constant ([10]). The majority of approximations are, however, too rough for quantitative calculations as they inadequately express the shape of the functions of excitation. As an approximation for the function of excitation we have chosen the following expression:

$$Q(V) = Q(V_m)\frac{V-V_a}{V_m-V_a}e^{1-\frac{V-V_a}{V_m-V_a}} = 2.72 \cdot Q(V_m)\frac{V-V_a}{V_m-V_a}e^{-\frac{V-V_a}{V_m-V_a}}, \quad (4)$$

where V ist the energy of the electron, V_a — the energy of excitation, V_m — the energy of electrons in the maximum of the function of excitation.

The expression (4) is analogous to the already applied approximation for the function of ionization in the theory of the ionization manometer ([11]). The formula (4) very closely expresses the true path of a large number of the functions of excitation, which has been verified by us for a number of cases. The advantage of this formula is its universality. The formula (4) is, for instance, suitable for the functions of excitation and for singlet and triplet levels, in spite of the sharp difference between them. This is accounted for by the fact that the change of the parameter V_m—V_a causes a corresponding deformation of the curve.

4. Substituting for $F(V)$ and $Q(V)$, in the equation (1), their values, and carrying out integration, we shall get:

$$\alpha = 1.48 \cdot 10^8 NN_e Q(V_m)\sqrt{V_0}\frac{(b-1)}{b^3}\left[2+\frac{3}{2}b\frac{V_a}{V_0}\right]l^{-\frac{3}{2}\frac{V_a}{V_0}}, \quad (5)$$

where V_0 — the electron temperature in volts;

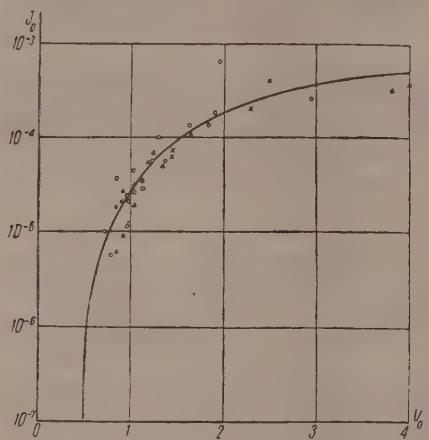
$$b = 1+\frac{2}{3}\frac{V_0}{V_m-V_a}.$$

Using (5) and (3), we can determine the intensity of radiation. From (5) it is seen that for the calculation of the intensity of radiation it is necessary to know the density of the gas, the concentration of the electrons and the electron temperature. The two latter magnitudes will be the functions of the strength of the discharge current and the density of the gas.

Up to now no reasonably reliable general correlations for these functional dependences have been found; therefore, for the present time, the problem of calculation of the radiation of a discharge can only be put in this way: the concentration of the electrons and the electron temperature are known; the intensity of radiation is to be found.

5. The most suitable for the verification of the above correlations (3) and (5) is a natrium discharge. In this discharge, in conditions which are of interest from a practical point of view, the density of the current lies within the limits from 0.02 to 0.1 A/cm² of the pressure from 10^{-3} to 10^{-2} mm Hg. In these conditions the entire radiation of the discharge consists of D lines ([12]).

In a detailed work by Druyvesteyn and Warmoltz ([12]) are given the results of probe and optical measurements in the positive column of a natrium discharge. In these measurements the strength of the current changed fivefold and, besides, inert gases were added into the discharge tube. The addition of inert gases caused great changes in the concentration of electrons (into two orders) and the electron temperature. Inasmuch as inert gases have a very feeble quenching action, their rôle should have been confined only to the change of the above magnitudes.



Using the results of the probe measurements of Druyvesteyn and Warmoltz we, with the aid of the formulae (3) and (5), calculated the intensity of radiation of a natrium discharge. The absolute value of the effective diameter and the shape of the function were taken by us from the works of Christoph ([13]) and Haft ([14]), as the data of these authors are the most reliable. For convenience of comparison in the figure the continuous curve represents not the intensity calculated but that divided into NN_e, as the function of the electron temperature. From the formula (5) it is seen that this magnitude, for a given spectral line, will depend only on the electron temperature. On the same drawing are plotted, in triangles, values calculated from experimental data for the intensity under the pressure of natrium vapours $2 \cdot 10^{-3}$ mm Hg; in circles, the same for pressure $4 \cdot 10^{-3}$ mm Hg; in crosses, for $6 \cdot 10^{-3}$ mm Hg. To the same electron temperature correspond various conditions of discharge in respect of quantity of the inert gas, vapours of natrium and strength of the current.

From the figure we see that nearly all the experimental points lie close to the theoretical curve and the utmost coincidence is observed in the region from one to two volts. This is just the region of the most reliable probe measurements. It is noteworthy that in cases when Druyvesteyn and Warmoltz themselves question the values of the electron temperatures found by them, our calculations give sharply falling-out points.

This agreement between the results of the calculations and the experimental data seems to us a fairly convincing evidence of the reasonableness of the above considerations. Unfortunately, no sufficient data are

available for verification of the theory on discharges in other vapours and gases.

All-Union Electrotechnical Institute.
Moscow.

Received
29. IV. 1937.

REFERENCES

[1] L. S. Ornstein u. H. Brinkman, Physica, **1**, 797 (1934). [2] H. Bartels, ZS. f. Physik, **37**, 35 (1926). [3] M. I. Druyvesteyn u. W. de Groot, Physica, **12**, 153 (1932). [4] W. de Groot, Physica, **12**, 289 (1932); **13**, 50 (1933); **1**, 28 (1933). [5] See e. g. B. N. Klarfeld, Techn. Phys. USSR, IV, 44 (1937). [6] P. Ладенбург, Усп. Физ. Наук, **14**, 721 (1934); R. Ladenburg, Rev. Mod. Phys., **5**, 243 (1933); R. Rompe, Acta Phys. Pol., **5**, 151 (1936). [7] J. C. E. Townsend, Phil. Mag., **16**, 729 (1933); M. I. Druyvesteyn, Physica, **10**, 61 (1930); **1**, 1003 (1934); Б. И. Давыдов, ЖЭТФ, **6**, 463, 471 (1936); B. Davydov, Sow. Phys., **9**, 433 (1936). [8] W. Haule u. K. Larché, Anregung u. Ionisirung, Lpz. (1933); W. Haule, Hand. u. Jahrb. Chem. Phys., **9**, Abschn. III u. IV, Leipzig (1936). [9] N. F. Mott a. H. S. W. Massey, Theory of Atomic Collisions (1933). [10] F. L. Mohler, B. S. Journ. Res., **9**, 493 (1932); F. Llewellyn Jones, Proc. Phys. Soc., **48**, 513 (1936). [11] N. Morgulis, Sow. Phys., **5**, 407 (1934). [12] M. I. Druyvesteyn a. N. Warmoltz, Phil. Mag., **17**, 1 (1934). [13] W. Christoph, Ann. d. Physik, **23**, 51 (1935). [14] G. Haft, ZS. f. Physik, **82**, 73 (1933).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

PHYSIK

ZUR FRAGE DER NATUR DER KOERZITIVKRAFT *

Von E. KONDORSKIJ

(Vorgelegt von S. I. Wawilow, Mitglied der Akademie, d. 3.V.1937)

Die Magnetisierung der Ferromagnetika in schwachen Feldern ist, wie Sixtus und Tonks (1), Becker (2) und Bloch (3) in ihren Arbeiten gezeigt haben, das Resultat einer Verschiebung der Grenzen zwischen den Gebieten der spontanen Magnetisierung.

Die Verschiebung der Grenzen zwischen den Gebieten, deren Spins einen Winkel von 90° bilden, oder überhaupt nicht antiparallel sind, ist mit einem Energieaufwand verbunden, da bei Drehung der Spins um 90° infolge der Magnetostriktion die elastische Volumenergie des bei der Magnetisierung erfassten Gebiets verändert wird.

Das Feld, bei dem das Gebiet, dessen Spins mit der Richtung des magnetischen Feldes einen Winkel von 90° bilden, restlos verschwindet, ist dem Maximalspannungswert im Innern des Gebiets proportional. Wie Becker (2) gezeigt hat, ist dieses Feld:

$$H_{e\perp} = \frac{3}{2}\frac{\sigma_i \lambda}{I_s}, \qquad (1)$$

wo λ—die Magnetostriktion bei Sättigung in der Richtung der leichten Magnetisierung, σ_i —den Maximalspannungswert im Innern des Gebiets, I_s — die Magnetisierung bei Sättigung darstellt.

Wenn man den Wert $H_{e\perp}$ in (1) durch die magnetischen Suszeptibilität, die ebenfalls σi enthält, bestimmt, bekommt man einen Wert, der die beobachteten Werte der Koerzitivkraft um ein Beträchtliches übertrifft.

Die Verschiebung der Grenze zwischen den Gebieten mit antiparallelen Spins ist ganz anderer Art. In diesem Fall drehen sich die Spins um 180°, und es entsteht keine Magnetostriktion des magnetisierten Volumens. Wenn die elastischen Spannungen im Inneren dieses Volumens homogen wären, würde die Grenzenverschiebung ungehindert verlaufen und in einem verschwindend kleinen Felde stattfinden können. Bloch (3) nimmt an, dass in dem Material solche Stellen vorkommen, wo infolge plastischer Deformation sich der Gitterparameter und der mit ihm verbundene Wert des Aus-

* Im vorliegenden Aufsatz wird eine kurze Zusammenfassung des Vortrags gegeben, den der Autor über seine Arbeit im Kolloquium des Magnetischen Laboratoriums des Moskauer Physikalischen Instituts der Universität am 14. Februar 1937 gehalten hat.

tauschintegrals ändert. Da eine Änderung des Austauschintegrals eine Änderung der Energie u', die mit der Grenzschicht verbunden ist, zur Folge hat, ist die Bewegung der Grenze durch die deformierte Zone mit einem gewissen Arbeitsaufwand verbunden. Die Berechnungen von Bloch führen zu dem Schluss, dass die Koerzitivkraft der Ausgangsdicke der Grenze umgekehrt proportional ist.

Man kann aber, wie der Autor des vorliegenden Aufsatzes gezeigt hat, die Tatsache, dass die Verschiebung der Grenze zwischen den antiparallelen Gebieten mit Arbeitsaufwand verbunden ist, auch anders erklären. Da im Inneren des Materials ungleichartige (nicht homogene) innere Spannungen vorhanden sind, verändert sich mit dem Verrücken der Grenze die mit der Grenzschicht selbst verbundene elastische Energie. Wenn die Magnetostriktion nicht gleich Null ist, wird zur Energie der Grenzschicht die Grösse $\lambda'\sigma\delta$ hinzugefügt, wo σ—die Spannung, λ'—die mittlere Magnetostriktion der Grenze selbst, δ—die Dicke der Grenzzone ist.

Daraus folgt, dass die Bewegung der Grenze durch die Zone mit den inhomogenen inneren Spannungen einen Arbeitsaufwand erfordert.

Wenn man nun annimmt, dass in den Volumina mit elastisch bleibenden Spannungen das Austauschintegral ungefähr konstant bleibt, so führen die Berechnungen zu folgendem Ausdruck für die Koerzitivkraft $H_{e\parallel}$ des Gebiets, dessen Spins mit der Richtung des Feldes einen Winkel von 180° bilden:

$$H_{e\parallel} = \sim \frac{\lambda' g \delta}{4 I_s}, \tag{2}$$

wo g—der Gradient der inneren Spannungen, I_s — die Magnetisierung bei Sättigung ist.

In dem Fall, wo der Winkel zwischen den Spins und der Richtung des Feldes 180—φ ist, folgt aus der Theorie unmittelbar:

$$H_{e\varphi} = \frac{H_{e\parallel}}{\cos \varphi}, \tag{3}$$

d. h. jener Ausdruck, den Weiss auf Grund formaler Vorstellungen angenommen hat.

Der Vergleich von (1) und (2) ermöglicht eine Abschätzung von δ. Dabei ist $H_{e\perp}$ als das Feld, bei dem in Richtung der leichten Magnetisierung Sättigung erzielt wird, und $H_{e\parallel}$ als Koerzitivkraft für dieselbe Richtung anzusehen.

Nach Angaben von Honda und Kaya [4] für die 100-Richtung im Eisenmonokristall beträgt das Feld, bei dem Sättigung erreicht wird: $H_s = 70$ oe, die Koerzitivkraft: $H_e \leqslant 0.05$ oe.

Aus (1) und (2) erhalten wir unter Annahme, dass $H_{e\perp} = H_s$ und $H_{e\parallel} = H_e$ und dass $\sigma_1 = \sim \frac{g\Delta}{2}$, wo Δ die Gebietsweite ist:

$$\delta \leqslant 0.002\,\Delta. \tag{4}$$

Dies stimmt ziemlich gut überein mit der Abschätzung des Verhältnisses von δ und Δ, die bis heute von verschiedenen Autoren empfohlen wurde.

Wie bekannt ist, fallen bei starker äusserer Zugspannung die Richtungen der leichtn Magnetiesierung in Materialien mit positiver Magnetostriktion mit der Richtung der Zugspannung, in Materialien mit negativer Magnetostriktion mit der Druckrichtung zusammen.

Daraus folgt unter Berücksichtigung von (3), dass die Koerzitivkraft der einem äusseren Zug unterworfenen Materialien in der Zugrichtung im

Falle positiver Magnetostriktion kleiner, im Falle negativer Magnetostriktion grösser ist als in denselben Materialien, wenn sie frei von äusseren Spannungen sind.

Ausserdem kann leicht gezeigt werden, dass das Vorhandensein einer Spannung zur Verminderung der Dicke der Grenzzone führt und also ebenfalls eine gewisse Abnahme der Koerzitivkraft zur Folge hat.

Die erwähnte Abnahme der Koerzitivkraft in Materialien mit positiver Magnetostriktion und ihre Zunahme in Materialien mit negativer Magnetostriktion wird, wie die Experimentaluntersuchungen von Preisach ([5]), Becker und Kersten ([6]), Sixtus und Tonks ([1]) gezeigt haben, in der Tat beobachtet.

Experimentelle Untersuchungen, die mit Eisen-Nickel-Legierungen angestellt wurden, bestätigen die Hauptschlussfolgerungen, die hier ausgesprochen sind. Hierüber wird in nächster Zeit ein eingehender Bericht veröffentlicht werden.

Physikalisches Institut der Staatsuniversität.
Moskau.

Eingegangen
d. 26. IV. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] K. Sixtus u. L. Tonks, Phys. Rev., **37**, 930 (1931). [2] R. Becker, Phys. ZS., **33**, 905 (1932). [3] F. Bloch, ZS.f. Phys., **74**, 295 (1932). [4] K. Honda u. S. Kaya, Sc. Rep. Tôhôku Univ., **15**, 721 (1926). [5] F. Preisach, Ann. d. Phys., **3**, 137 (1929). [6] R. Becker u. M. Kersten, ZS. f. Phys., **64**, 660 (1930); M. Kersten, ebenda, **71**, 555 (1931).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

PHYSICS

ON THE STANDARD SUBSTANCES FOR EXACT MEASUREMENTS IN ELECTRON DIFFRACTION METHOD

By N. A. ŠIŠAKOV (SHISHACOW)

(Communicated by S. I. Wawilow, Member of the Academy, 4. V. 1937)

The most essential difficulty arising in the determination of interplanar spacings in crystals from electron diagrams is due to the lack of exact knowledge regarding accelerating voltages on the basis of which the electron wave lengths are calculated. For this reason exact measurement of voltages is usually not undertaken and endeavours are made to determine wave length by measurements on electron diagrams from some substances, the structure of which is known with exactitude. Such standard substances may be admixed with the object under study, resulting in two, overlapping patterns, or, alternatively, both may be consecutively exposed to the electron beam and upon one of them the wave length is determined.

The inadequacy of this second method is bound with the fluctuation of tension in the line, particularly noticeable during the hours of heavy load in cities. It is for this reason that the author, in collaboration with Tatarinova (1), proposed a method of simultaneous diffraction of electron beam by reflection from two different objects.

Furthermore, the method of admixture of a standard substance is free from the shortcomings mentioned above, but, however, is bound with other difficulties. Some rings of both substances in both patterns approach so close to each other as to become completely indistinguishable, and only but a few isolated lines may be applied for the necessary determinations. The first requirement in a standard substance is therefore the minimal number of diffraction rings.

Gold is used most frequently as a standard substance, this probably being due to the high symmetry of its crystals and comparative ease of preparation of thin gold films. This choice is scarcely to be considered as fortunate. Indeed, according to a recent work of Riedmiller (2) the length of the cubic cell of very small crystals of gold may differ from that of crystals of normal size. In his experiments with thin gold films this difference was about 0.8 per cent. In the choice of a standard substance the constancy of the parameters of the lattice for crystals of various sizes is therefore also an essential requirement.

Sodium chloride crystals, the lattice constancy of which, by the way, are fairly accurately known, are apparently free from these shortcomings,

inherent in gold, silver and nickel (2). As a matter of fact, by using it as the standard, I obtained, some time ago, very precise data for ferric oxide α-Fe_2O_3 (3) and for magnesia (1), which coincide well with good X-ray results. Very good numerical data were in addition obtained also with two-dimensional crystals of Si_2O_5 (4). Sodium chloride, however, possesses another defect. Its crystals which remain after drying a drop of solution, display a wide fluctuation in sizes in different cases and furthermore frequently do not give a regular distribution on the celluloid film surface. For this reason it is sometimes difficult to obtain right away a good diffraction pattern. Simplicity in manipulation during work with standard substances is therefore likewise desirable.

Of the different substances which to-day meet these three requirements, the best appears to be the above mentioned two-dimensional crystals Si_2O_5. According to my calculations they possess the form of hexagonal nets with the parameter $a=5.161$ Å (precision about 0.3 per cent). Their electron diffraction patterns contain very few rings. The most intense rings which may be used for calibration have the following indices (hk): (10), (11), (12), (30), (22), (31). The other rings are not of interest as the corresponding Bragges spacings between rows are less than 1.25 Å, and are, besides, comparatively weak. Fluctuations of the above mentioned parameters dependent on the sizes of the crystals are hardly possible. In any case, no such fluctuations were noted by me in two-dimensional crystals of most varied origin.

The extraordinary ease of preparation of these two-dimensional crystals should be emphasized. For this purpose it is sufficient to take a drop of fine suspension of some kaoline or clay containing the least possible content of iron oxides, place it on the celluloid film and then dry it. The resultant, slightly turbid layer inevitably spreads perfectly even. There is no ground for apprehension that such a sheet will give the diffraction pattern from monoclinic lattice of the clay mineral itself. In many of my experiments with electron velocities from 12 to 50 kV, these lattices have never been conserved after the action of electron beams, even under the shortest exposures, but inevitable gave only a few rings pertaining to the above mentioned two-dimensional crystals Si_2O_5, no doubt, resulting from decomposition of clay minerals.

It should be emphasized that with a little practice it will be a simple matter to obtain the diffraction patterns from clay minerals with a negligible background.

It seems, therefore, that by using these as a support for powders, such celluloid films with a sheet of some clay may facilitate the task of exact measurements by electron diffraction.

Colloid-Electrochemical Institute.
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
4. V. 1937.

REFERENCES

[1] N. A. Shishacow and L. I. Tatarinova, Nature, **133**, 686 (1934); C. R. Acad. Sci. URSS, **2**, 164 (1934). [2] R. Riedmiller, ZS. f. Phys., **102**, 408 (1936). [3] N. A. Shishacow, C. R. Acad. Sci. URSS, **1**, 458 (1935). [4] N. A. Shishacow, C. R. Acad. Sci. URSS, **2**, 163 (1934).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

PHYSICAL CHEMISTRY

KINETICS OF WETTING AND LINEAR CORROSION OF METALS IN POLYPHASE SYSTEMS: METAL—LIQUID—LIQUID AND METAL—LIQUID—GAS. III

By D. I. MIRLIS

(Communicated by V. A. Kistiakovskij, Member of the Academy, 23. IV. 1937)

In the preceding communication (1) it has been shown that the corrosion of metals in the systems metal—liquid—liquid and metal—liquid—gas is of a linear nature. The purpose of the present investigation was the study of the relation which the character of this linearity bears to the dispersity of the metal surface and to other factors.

Experimental

The object of this investigation was aluminium*. To study the effect of dispersity of the aluminium surface upon the kinetics of its wetting and linear corrosion in polyphase systems metal—liquid—liquid and metal—liquid—gas, a number of specimens were prepared by our usual method (2) (by filing with a soft file producing a rough surface), the specimens of another series having a smooth surface produced by rolling at a rolling-mill.

From the standpoint of experimental method, an investigation conducted by A. N. Frumkin, A. Gorodetzkaia and V. Kabanov (3), who measured the contact angles of hydrogen bubbles on very smooth surfaces of solid and liquid metals, is of great interest. The methods which they used in obtaining smooth surfaces on a number of metals are of much value for our purposes, and will be resorted to in our subsequent studies devoted to the question under consideration.

As shown by our experiments with fatty acids and alcohols, the oxide film on aluminium surfaces is of a hydrophile nature**. Stripping the aluminium surface of the oxide film changes the nature of the surface, rendering it somewhat hydrophobe. This hampers the study of the relative effect of dispersity of aluminium surfaces upon their wetting and linear corrosion.

---

* The aluminium used in this investigation possessed a degree of purity superior to that of Kahlbaum's aluminium which had been used in our work described in the first communication.

** Presented at the meeting of the Scientific Board of the Colloid-Electrochemical Institute on July 4, 1936.

In order to eliminate the factors which might blur the effect to be studied, the aluminium specimens, both with smooth and rough surfaces, were placed in a dry quartz tube through which clean, dry air was blown at a rate of 4—5 litres per minute for 30 minutes. After aeration, the samples were again thoroughly cleaned of surface contaminations with pure benzene (distilled over metallic sodium, surface tension σ=35.1). The aluminium was next studied in the following equilibrium systems using the method described in our previous papers ([2]):

Al—norm. aq. sol. of HCl—benzene
Al—water—benzene } rough surface
Al—norm. aq. sol. of HCl—benzene, smooth surface
Al—water—air
Al—norm. aq. sol. of HCl—air } rough surface
Al—norm. aq. sol. of HCl—air, smooth surface.

The results obtained for the kinetics of wetting $B_{12}=f(\tau)$ are shown in the table in which θ_{12} is the contact angle of wetting, and $B_{12}=\cos\theta_{12}$.

If the numerical data of the table, characterizing the kinetics of wetting of aluminium under various conditions, are plotted on a graph, the effect of the dispersity of the aluminium surface* upon rate of corrosion becomes particularly manifest (Fig. 1).

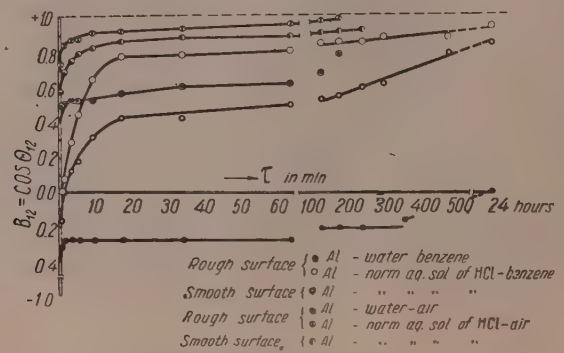


Fig. 1. Effect of the dispersity of the aluminium surface upon the kinetics of wetting and linear corrosion of aluminium in polyphase systems (metal—liquid—liquid; metal—liquid—gas).

Under the conditions of our experiments (Al—norm. aq. sol. of HCl—benzene, Al—norm. aq. sol. of HCl—air, rough surface) the linear effect observed in the case of aluminium corrosion exhibits certain peculiarities, which justify its more detailed discussion. When the experiment is over, it may be observed (even in presence of corrosion products on the aluminium surface) that corrosion along the phase boundary is of a pitting-like nature, i. e. the elliptic line which is clearly visible along the three-phase contact between the metal and the two liquids with different degrees of polarity, or between the metal, the liquid and air, is of a dotted character. These

* The effect of both the dispersity and the degree of oxidation of the surface upon the kinetics of selection wetting of metals is still more clearly expressed in the case of individualized heat-colour films, studied by the present author.

dots are nothing but corrosion centres arranged with relative regularity (Fig. 2).

On a smooth aluminium surface (mill-rolled samples) under the same conditions, corrosion proceeds in a quite different way. In such cases the whole area under the «aggressor» drop is corroded uniformly, and the effect of linear corrosion is apparently absent*. Upon removing the corrosion products from the metal surface, the latter exhibits as it were, a uniformly «dug-out» hollow of a circular form. For a smooth aluminium surface obtained by polishing, however, the depth of the hollow, as examined under the microscope, is greater along the edges than otherwise.

Fig. 2. Aluminium plate (rough surface) after corrosion in the system: Al—norm. aq. sol. of HCl—benzene.

Thus it follows from the experimental results described above that the lower the dispersity of the aluminium surface forming a three-phase contact with two other phases, the more apparent is the phenomenon of linear selective corrosion along the boundary line (metal—liquid—liquid, or metal—liquid—gas), and, conversely, according as the dispersity of the metal surface is increased the effect of linear selective corrosion of the metal decrease, being practically absent on a sufficiently smooth surface. In this way it was established that the effect of linear corrosion is directly dependent upon the dispersity of aluminium surfaces. Apart from its great theoretical importance, this conclusion is of much practical value for the struggle against corrosion in view of the fact that linear corrosion is the most dangerous form of local corrosion.

On the basis of our previous studies ([1], [5]) the present investigation, which constitutes a sequel of V. A. Kistiakovskij's researches ([4]), experimentally proved the fact that the line of the contact of a metal (Al, Fe, etc.) with other phases is the source of numerous corrosion centres. This was pointed out by V. A. Kistiakovskij ([4]) in his classification of the corrosion processes on iron. This classification proves to be valid for most metals (not only for pure ones, but also, according to our experiments, for alloys), and in this respect it may be extended and supplemented. It is necessary, however, to take into account the highly important effect of the surface

* An analogous effect may be obtained on iron by changing the dispersity of its surface.

Time in min.	Rough surface Al—water—benzene		Rough surface Al—norm. aq. sol. of HCl—benzene		Smooth surface Al—norm. aq. sol. of HCl—benzene		Rough surface Al—water—air		Rough surface Al—norm. aq. sol. of HCl—air		Smooth surface Al—norm. aq. sol. of HCl—air	
τ	θ_{12}	B_{12}	θ_{12}	B_{12}	θ_{12}	B_{12}	θ_{12}	B_{12}	θ_{12}	B_{12}	θ_{12}	B_{12}
0	109	0.325	90	0.000	100	−0.174	61	+0.485	43	+0.731	55	+0.573
1	106	−0.276	86	+0.069	90	0.000	60	+0.500	33	+0.839	47	+0.682
3	106	−0.276	73	+0.292	83	+0.122	59	+0.515	30	+0.866	41	+0.754
5	106	-0.276	64	+0.438	80	+0.174	59	+0.515	29	+0.875	38	+0.788
9	106	−0.276	50	+0.642	72	+0.309	59	+00515	25	+0.906	35	+0.819
17	106	−0.276	40	+0.766	65	+0.423	56	+0.559	23	+0.920	31	+0.857
34	106	−0.276	39	+0.777	65	+0.423	53	+0.602	21	+0.933	28	+0.883
64	106	−0.276	36	+0.809	60	+0.500	51	+0.629	17	+0.956	26	+0.899
124	102	−0.210	32	+0.848	58	+0.530	47	+0.682	12	+0.978	24	+0.914
184	102	−0.210	31	+0.857	57	+0.545	38	+0.788	6	+0.995	23	+0.920
240	102	−0.210	31	+0.857	53	+0.602	—	—	—	—	22	+0.927
300	—	—	29	+0.874	52	+0.616	—	—	—	—	—	—
360	100	−0.179	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
420	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
480	—	—	27	+0.891	37	+0.799	—	—	—	—	—	—
24 h.	90	0.000	16	+0.961	31	+0.857	Complete spreading		—	—	6	+0.995

dispersity of metals on linear corrosion under the conditions of polyphase contact.

A study of the effect of dispersity on other metals (in the systems metal—liquid—liquid, metal—liquid—gas and metal—non-metallic solid—liquid) will constitute the subject of a future communication.

In conclusion the author deems it his pleasant duty to express his gratitude to the Academician V. A. Kistiakovskij and to Professor P. A. Rehbinder for their stimulating interest and a number of valuable suggestions.

Conclusions

1. It has been shown that the linear selective corrosion of aluminium in the systems metal—liquid—liquid and metal—liquid—gas is directly dependent upon the dispersity of the metal surface. Apart from the great theoretical interest, this conclusion is highly important for the struggle against the most dangerous kind of local corrosion encountered in aircraft manufacture and other aluminium-consuming branches of industry.

2. It has been experimentally ascertained that the line of contact between a metal and other phases is the source of numerous corrosion centres.

3. The experimental material obtained points to the possibility of extending the classification of corrosion processes, advanced by V. A. Kistiakovskij for iron, to other metals.

[Colloid-Electrochemical Institute.
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
23. IV. 1937.

REFERENCES

[1] D. I. Mirlis, C. R. Ac. Sci. URSS, XIV, No 9 (1937). [2] D. I. Mirlis a. P. A. Rehbinder, C. R. Ac. Sci. URSS, III, No 3 (1936); П. А. Ребиндер. Исследования в области физико-химии поверхностных явлений, М.—Л. (1936). [3] А. Городецкая и В. Кабанов, ЖФХ, IV, вып. 5 (1933). [4] В. А. Кистяковский, Труды июньской сессии Академии Наук СССР (1932); ДАН, № 184, 239 (1931). [5] Л. Г. Гиндин, Д. И. Мирлис и Ф. М. Шемякин, ЖФХ, № 1 (1937).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

CHEMIE

RÖNTGENOGRAPHISCHE UNTERSUCHUNG DER ANOMALEN FESTLÖSUNGEN VON AMMONIUMCHLORID MIT DEN IN WÄSSRIGEN LÖSUNGEN SICH BILDENDEN CHLORIDEN VON MANGAN, KOBALT UND NICKEL

Von V. G. KUZNECOV

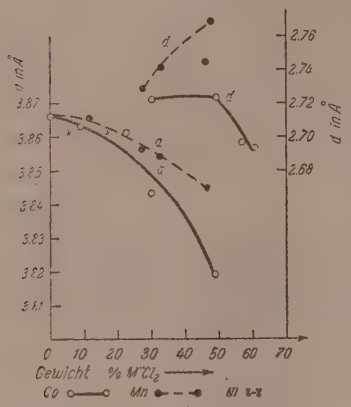
(Vorgelegt von N. S. Kurnakov, Mitglied der Akademie, d. 19. IV. 1937)

Die sich in wässrigen Lösungen von Ammoniumchlorid und den Chloriden von Mangan, Kobalt und Nickel bildenden festen Phasen sind ein interessantes Beispiel für Phasen mit stetigem Übergang von grobdisperser Mischung bis zu wirklichen Festlösungen. Die röntgenographische Untersuchung der festen Phasen nach der Methode von Debye-Scherrer und Straumanis ([6]), die von den Autoren parallel mit den Untersuchungen der Löslichkeit, des spezifischen Gewichts und kristalloptischen Beobachtungen [Akad. N. S. Kurnakov ([1]), N. K. Woskresenskaja, N. P. Lužnaja, W. S. Egorow ([1]) und G. B. Bokij] durchgeführt wurde, bestätigt dies.

Die Gesamtheit der auf verschiedenen Wegen erhaltenen Daten erlaubt zu behaupten, dass mit Zunahme des Chlorids eines zweiwertigen Metalls (Mn, Co) in der flüssigen und festen Phase die Menge des sich bildenden Doppelsalzes von der Zusammensetzung $2NH_4ClM^{\cdot\cdot}Cl_2 \cdot 2H_2O$ (wo $M^{\cdot\cdot}$=Mn, Co), das sich in Form kleindisperser Einschlüsse in den Ammoniumchloridkristallen verteilt, grösser wird. Dies führt schliesslich dazu, dass das Doppelsalz das Ammoniumchlorid überwiegt, bis zum Verschwinden des letzteren in der festen Phase.

Auf den mit der Eisenstrahlung erhaltenen Röntgenogrammen konnte man dies von Anfang an an der Intensitätsabnahme der Debye-Ringe, die dem Ammoniumchlorid entsprachen, beobachten. Bei festen Phasen mit ungefähr 25—30% Gehalt an dem Chlorid des zweiwertigen Metalles beginnt eine deutliche Überlagerung des Doppelsalzgitters über dem Ammoniumchlorid-Röntgenogramm sichtbar zu werden. Bei weiterer Zunahme des Chlorids des doppelwertigen Metalles verschwindet ein Teil der schwachen Linien vollkommen. Bei den festen Phasen mit Mangan- und Kobaltchlorid sind die intensivsten Linien von NH_4Cl bis zu 48—49% $M^{\cdot\cdot}Cl_2$ in der festen Phase sichtbar. Bei 57% $CoCl_2$ und darüber konnten die Ammoniumchloridlinien mit Sicherheit nicht festgestellt werden. Auf dem Röntgenogramm der festen Phase mit 61.1% $CoCl_2$ tritt eine Reihe neuer schwacher Linien auf, die sich offenbar auf das zweiwertige Hydrat des Kobaltchlorids beziehen, dessen Vorhandensein in Form von Einschlüssen mikroskopisch festgestellt wurde.

Es gelang auf keiner einzigen Aufnahme, die Linien des analogen Hydrats $MnCl_2 \cdot 2H_2O$ oder $MnCl_2 \cdot 4H_2O$ in festen Phasen, die Manganchlorid enthalten, aufzufinden. Jedoch die reinen Hydrate gaben vollkommen deutliche, wenn auch komplizierte Röntgenogramme.



Änderung der Gitterkonstante NH_4Cl und d des Doppelsalzes mit der Zusammensetzung.

Die Berechnung der Präzisionsröntgenogramme nach Straumanis ([6]) für die hintere Linie mit dem Index (213) zeigt eine Verkleinerung der Gitterkonstanten von Ammoniumchlorid mit der Zunahme von Mangan-, Kobalt- und Nickelchlorid in der festen Phase. Dies weist auf die Bildung fester Lösungen von Ammoniumchlorid mit den obenangegebenen Chloriden zweiwertiger Metalle hin.

Die mit der Zusammensetzung einhergehende gesetzmässige Änderung der Intensität, von sin ϑ und entsprechend der Ebenenabstände $\left(d = \frac{r}{2 \sin \vartheta}\right)$ für die den Doppelsalzen entsprechenden Debye-Ringe, weisen ebenfalls auf das Vorhandensein von festen Lösungen in den Doppelsalzen hin.

Die erhaltenen Resultate sind in der Tabelle und in der Figur wiedergegeben.

Sie weisen darauf hin, dass die Schlussfolgerungen von Neuhaus ([2]) und von Gruner und Sieg ([5]), nach denen die Gitterkonstante von Ammoniumchlorid in den erwähnten Systemen keine merkliche Veränderungen erleide, nicht der Wirklichkeit entsprechen.

Änderung des Parameters a von Ammoniumchlorid und des Ebenenabstandes d des Doppelsalzes $2NH_4ClM''Cl_2 \cdot 2H_2O$ (wo M'' = = Mn,Co) mit der Zusammensetzung der festen Phase

Gewichts % v. $MnCl_2$ in d. fest. Phase	a in Å	d in Å f. verschiedene Reflexwinkel		Gewichts % v. $CoCl_2$ in d. fest. Phase	a in Å	d in Å f. den Reflexwinkel $\vartheta \sim 20°.5$
		$\vartheta \sim 20°.5$	$\vartheta \sim 67°$			
NH_4Cl	3.8656	—	—	8.8	3.8627	—
11.6	3.8652	—	—	22.7	3.8606	—
27.6	3.8556	2.7294	1.0504	30.0	3.8426	2.7209
32.8	3.8541	2.7400	1.0579	49.4	3.8187	2.7232
47.0	3.8447	2.7442	1.0638	57.0	—	2.6959
47.6	—	2.7695	—	61.1	—	2.6936
Gew. % $NiCl_2$						
4.9	3.8610	—	—	—	—	—
18.0	3.8603	—	—	—	—	—

Somit stellen die Phasen von Systemen, die sich in wässrigen Lösungen von Ammoniumchlorid mit Mangan-, Kobalt- und offenbar auch Nickelchlorid bis zu Zusammensetzungen, die dem Doppelsalz (33.3 Molprozent

$M^{\cdot\cdot}Cl_2 \cdot 2H_2O$) entsprechen, bilden, eine eigentümliche feindisperse Mischung zweier Phasen dar.

Hierbei ändern sich auch mit der Änderung der Zusammensetzung der flüssigen und festen Phase die Konzentrationen der gelösten Komponenten in den Festlösungen, ungeachtet der gemeinsamen Existenz beider Festlösungen. Hierauf weisen auch die Änderungen der Gitterkonstanten in den zweiphasigen Gebieten hin (Tabelle S. 470).

Die erhaltenen Festlösungen von Ammoniumchlorid und der Doppelsalze sind offenbar Festlösungen von dem Typus $CaF_2 — JF_3$ (2), $PbF_2 — BiF_3$ (3), welche nach Goldschmidt durch Isomorphie mit Ausfüllung der leeren Gitterstellen charakteristisch sind.

Die Tatsache der gemeinsamen Existenz beider Festlösungen von veränderlicher Konzentration kann entweder dadurch erklärt werden, dass man von einem Tripelsystem ausgeht, oder durch das Fehlen von Gleichgewichtszuständen im System.

Zwecks Bestätigung der ausgesprochenen Vermutungen wird die Arbeit fortgesetzt.

Institut für allgemeine und anorganische Chemie.
Akademie d. Wissenschaften der UdSSR.
Moskau.

Eingegangen
d.19.IV.1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] Н. С. Курнаков и В. С. Егоров, ИМЕН, серия химическая, **3**, 507 (1936). [2] A. Neuhaus, Chemie der Erde, **5**, 554 (1930). [3] Goldschmidt, Geochem. Verteilungsgesetze, **7**, 89 (1926); О. Гассель, Кристаллохимия, 30 (1936). [4] O. Hassel u. S. Wilssen, ZS. anorg. allg. Chem., **181**, 172 (1929); О. Гассель, Кристаллохимия, 30 (1936). [5] E. Gruner u. L. Sieg, ZS. anorg. allg. Chem., **229**, 2, 175 (1936). [6] M. Straumanis u. A. Jervins, ZS. f. Phys., **98**, 7 u. 8, 461 (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

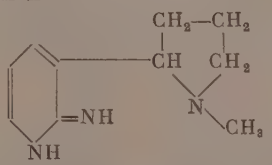
CHEMIE

KONDENSATION DES α-AMINONIKOTINS MIT ω-BROMACETOPHENON

Von J. L. GOLDFARB und M. V. ANDRIJTSCHUK

(Vorgelegt von A. E. Favorskij, Mitglied der Akademie, d. 22. IV. 1937)

Die α-und α'-Aminonikotine sind nach dem Charakter der in ihnen enthaltenen Aminogruppen in vieler Hinsicht analog dem α-Aminopyridin. Es war für uns von Interesse, eine weitere Bestätigung dieser Analogie zu finden, insbesondere durch einen Versuch, aus α-Aminonikotin das entsprechende substituierte Pyrimidazol zu erhalten. In der Bildung des Imidazolrings bei Zusammenwirkung des α-Aminonikotins mit α-Halogenketonen könnte man einen Beweis dafür sehen, dass das Aminonikotin analog dem α-Aminopyridin in zwei tautomeren Formen existieren und in der Nikotoniminform reagieren kann:

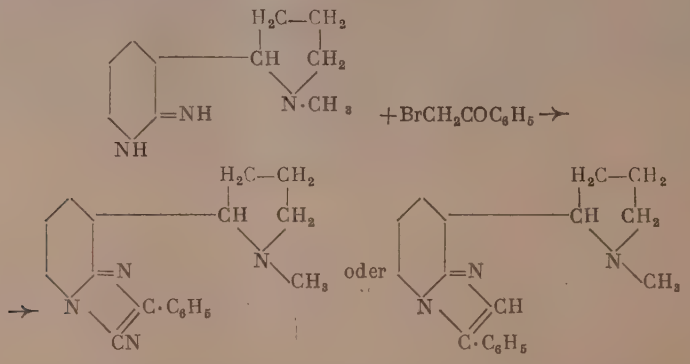


Indem wir diese Frage zu klären versuchten, strebten wir auch zu einem anderen Ziel—ein durch das Pyrrolidinring substituiertes Pyrimidazol zu erhalten, von welchem interessante physiologische Eigenschaften zu erwarten waren*.

Aus den früher synthesierten Abkömmlingen des Pyrimidazols erfolgt mit der besten Ausbeute die Bildung des 2-Phenylpyrimidazols. Im Zusammenhang mit diesem schien es zweckmässig, zuerst das Verhalten des α-Aminonikotins zu ω-Bromacetophenon zu studieren. Schon aus den Vorversuchen wurde es klar, dass, sowie beim Schmelzen eines Gemisches dieser zwei Verbindungen, wobei die Bildung von Wasser beobachtet wird, als auch beim Erwärmen ihrer Alkohollösung, sie in Reaktion miteinander treten. Jedoch eine längere Zeit gelang es uns nicht im krystallisierten Zustande weder das Monobromhydrat, das bei der Reaktion entstehen muss, noch die freie Base zu erhalten.

* Wir benutzen hier die Gelegenheit, um genauere Angaben für die Siedepunkte der von einem von uns ([3]) erhaltenen Acetylaminonikotine zu bringen: Acetyl-α'-Aminonikotin, 206° bei 11 mm; Acetyl-α-Aminonikotin, 186° bei 11 mm.

Es war deshalb erforderlich das Kondensationsprodukt durch das Pikrat zu reinigen. Durch fraktionierte Krystallisation desselben gelang es drei verschiedene Pikrate auszuscheiden: die Hauptmasse stellte ein Pikrat vom Schmp. 209.5—211° dar, in unbedeutender Menge waren Pikrate vom Schmp. 186.5—187° und 226—227° vorhanden. Die Analysenergebnisse für das Pikrat vom Schmp. 209.5—211° stimmen vollständig überein mit denen für das Pikrat des 7-(N-Methylpyrrolidil- α)-2-Phenylpyrimidazols, während das Pikrat vom Schmp. 186.5—187° nach den Analysenresultaten dem Pikrate des Phenacylaminonikotins entsprach. Endlich, das letzte der erwähnten Produkte vom Schmp. 226—227° erwies sich als Pikrat des α-Aminonikotins. Bei der weiteren Durchführung der Arbeit stellte sich heraus, dass unmittelbar aus dem Reaktionsgemisch ein krystallinisches Dibromhydrat erhalten werden kann, welches dem Pikrat vom Schmp. 209.5—211° entspricht. Das von uns erhaltene Dibromhydrat scheidet sich beim Umkrystallisieren aus Alkohol als prächtig gebildete Krystalle mit Zersetzungstemperatur 272—274° aus. Die aus ihm erhaltene Base stellt ein sehr zähflüssiges Öl dar, das beim Aufbewahren hart wird, indem es sich in eine glasartige Masse verwandelt. Alle Versuche die Base in Krystallform zu erhalten blieben erfolglos. Die Analysenergebnisse sowie des Dibromids vom Schmp. 272—274°, als auch der aus der Base gewonnenen Pikrats und Chlorplatinats, beweisen unzweifelbar, dass die Bildung der Base aus ω-Bromacetophenon und α-Aminonikotin unter Abspaltung von einem Wassermolekül und einem Bromwasserstoffmolekül stattfindet. Die Reaktion kann entsprechend derselben für Phenacylbromid und α-Aminopyridin folgendermassen dargestellt werden:



Die Lösung der Base in verdünnten Säuren erzeugt mit Natriumnitrit grüne Färbung. Diese Fähigkeit, grüne Nitrosoderivate zu bilden, ist, wie es zuerst von W. K. Matvejev festgestellt wurde, für 2-Phenylpyrimidazol charakteristisch.

Experimenteller Teil. Die Wirkung von ω-Bromacetophenon auf α-Aminonikotin wurde von uns mehrmals untersucht. Bringt man ω-Bromacetophenon in eine warme Alkohollösung von α-Aminonikotin, so findet eine sehr energisch verlaufende Reaktion statt und das Gemisch kocht auf. Beim Erwärmen des Reaktionsgemisches ohne Lösungsmittel bis zu einer Temperatur nicht höher als 150° kann man Bildung von Wasser beobachten. Weiter unten geben wir die Beschreibung einiger unserer am meisten charakteristischen Versuche.

I. 5 g α-Aminonikotin wurden in 30 cm³ warmen Absolutalkohol gelöst, die Lösung gekühlt und dazu 5.65 g ω-Bromacetophenon zugefügt. Alsdann wurde das Gemisch $2^1/_2$ Stunden am Rückflusskühler auf kochendem Wasserbade erwärmt. Aus der erhaltenen Lösung wurde der Alkohol abdestilliert und zum Rest verdünnte Bromwasserstoffsäure bis zur sauren Reaktion (Kongo) zugefügt. Darauf wurde die wässrige Lösung zum Auflösen der neutralen Substanzen mehrmals mit Äther extrahiert, die Ätherschicht abgeschieden und über Natriumsulfat getrocknet. Nach Abdestillieren des Äthers blieben nur etwa 0.1 g eines Öls übrig, das den charakteristischen Geruch von Bromacetophenon besass. Die wässrige Schicht wurde mit Pottasche gesättigt und das ausgeschiedene Öl durch mehrmaliges Schütteln mit Äther in Lösung gebracht. Die erhaltene Lösung wurde über Pottasche getrocknet und der Äther abdestilliert. Der Rest (7.4 g)—ein gelbes Öl—krystallisiert nicht beim Stehen; die Versuche, eine Krystallsubstanz beim Lösen des Öls in Ligroin, Benzol und Äther zu erhalten, blieben erfolglos. 5.6 g des erhaltenen Öls wurden im warmen Alkohol gelöst und zur Lösung eine berechnete Menge Pikrinsäure ebenfalls im warmen Alkohol zugefügt. Sofort schied sich ein Pikrat in Krystallform aus. Nach mehrmaligem Umkrystallisieren aus Aceton wurden folgende Fraktionen erhalten: die Hauptmasse—gelbe Prismen mit Zersetzungstemperatur 209.5—211°, eine unbedeutende Menge am leichtesten in Aceton löslicher orangegefärbter Würfel mit Zerzetzungstemperatur 186.5—187° und endlich eine kleine Menge des am schwersten in Aceton löslichen Pikrats mit Zersetzungstemperatur 226°.

Das Pikrat mit der Zersetzungstemperatur 209.5—211° (bis zum konstanten Gewicht getrocknet) entspricht nach seinen Analysenresultaten denen von 7-(N-Methylpyrrolidil-α)-2-Phenylpyrimidazol:

0.1284 g Sbst.: 19.3 cm³ N_2 ($t = 19°$, $p = 757.3$ mm),
0.1126 g Sbst.: 16.9 cm³ N_2 ($t = 19°$, $p = 761$ mm).
$C_{18}H_{19}N_3 \cdot 2C_6H_2(OH)(NO_2)_3$: ber. N = 17.15%;
gef. N = 17.13%;
N = 17.20%.

Die Analysenergebnisse des Pikrats mit Zersetzungstemperatur 186.5—187° sind nahe den berechneten für Phenacylaminonikotin:

0.1504 g Sbst.: 21.98 cm³ N_2 ($t = 21°$, $p = 756$ mm),
0.1158 g Sbst.: 17.05 cm³ N_2 ($t = 20°$, $p = 753$ mm).
$C_{18}H_{21}N_3O \cdot 2C_6H_2(OH)(NO_2)_3$: ber. N = 16.73%;
gef. N = 16.48%;
N = 16.59%.

Eine gemischte Probe des Pikrats von Zersetzungstemperatur 226° mit dem Pikrat des α-Aminonikotins schmolz bei derselben Temperatur. Nach Bearbeitung mit verdünnter Salzsäure und nachfolgender Sättigung mit Pottasche wurde aus dem Pikrate mit Zersetzungstemperatur 226° die freie Base erhalten—eine weisse krystallinische Substanz vom Schmp. 121°. Eine gemischte Probe derselben mit α-Aminonikotin schmolz bei der gleichen Temperatur.

Das Pikrat mit Zersetzungstemperatur 209.5—211° wurde im Mörser mit einer kleinen Menge 20%-iger Salzsäure zerrieben, die ausgeschiedene Pikrinsäure abfiltriert, das Filtrat mehrmals (bis zur völligen Entfernung der Pikrinsäure) mit Äther extrahiert und die saure wässrige Lösung mit

Pottasche gesättigt. Das ausgeschiedene Öl wurde mit Äther extrahiert, der Ätherauszug über Pottasche getrocknet und der Äther abdestilliert. Das auf diese Weise erhaltene sehr zähflüssige Öl gelang es gleichfalls nicht zu krystallisieren. Zum Entfernen der Spuren von Feuchtigkeit und Äther wurde es längere Zeit im Vakuum erwärmt.

Analyse 0.1048 g Sbst.: 14.11 cm³ N_2 ($t = 21°$, $p = 747$ mm).
$C_{18}H_{19}N_3$: ber. N = 15.16%;
gef. N = 14.99%.

II. 5 g α-Aminonikotin wurden im warmen Alkohol gelöst und zur gekühlten Lösung 5.6 g ω-Bromacetophenon zugefügt. Das Gemisch wurde 3 Stunden auf dem Wasserbade am Rückflusskühler erwärmt, worauf im Vakuum der Alkohol abdestilliert wurde. Der Rest wurde noch 2 Stunden im Metallbade bei 130—135° erwärmt. Alsdann wurde er in 35 cm³ warmen Wasser gelöst und zur Lösung Bromwasserstoffsäure zugefügt bis zur sauren Reaktion auf Kongo (es wurden 5.75 cm³ 41%-iger Säure verbraucht). Die Lösung wurde wie auch zuvor mit Äther extrahiert; nach Abdestillieren des Äthers blieben im ganzen nur 0.1 g Öl übrig. Die von den neutralen Beimischungen befreite wässrige Lösung wurde im Vakuum bis zur Trockene eingedampft. Der Rückstand—eine gefärbte sehr zähflüssige Masse—wurde noch 3 Stunden im Vakuum auf kochendem Wasserbade erwärmt. Alsdann wurde er mit 50 cm³ kochendem Absolutalkohol bearbeitet, wobei die Hauptmasse der gefärbten Beimischungen in Lösung ging. Der Rest wurde im heissen Alkohol gelöst; beim Abkühlen schieden sich aus der Lösung gut gebildete farblose Krystalle (Täfelchen) des Dibromhydrats aus. Schmelzpunkt (unter Zersetzung) derselben 272—274°. Aus der Mutterlauge schieden sich beim Eindampfen noch Krystalle aus, welche beim Umkrystallisieren aus Alkohol, der etwas Bromwasserstoffsäure enthielt, bei 272—274° schmolzen. Die ursprüngliche Absolutalkohollösung wurde mit Kohle gekocht, der Alkohol abdestilliert und der Rückstand aus Alkohol, welcher HBr erhielt, umkrystallisiert. Auf diese Weise wurde noch etwas Dibromhydrat erhalten.

III. Zum nächsten Versuche wurden 7.1 g α-Aminonikotin und 8 g ω-Bromacetophenon genommen. Der Arbeitsgang war derselbe, wie im vorigen Versuch, nur mit dem Unterschied, dass der Rückstand nach dem Abdampfen des Wassers sogleich aus gewöhnlichem Alkohol umkrystallisiert wurde. Beim Abkühlen der Lösung schieden sich 6.1 g Dibromid aus, aus der Mutterlauge wurden noch 7.6 g (nicht ganz reines Produkt) erhalten. Zwecks weiterer Reinigung wurde das Produkt nochmals aus Alkohol, der Bromwasserstoffsäure enthielt, umkrystallisiert, worauf es bei 272—274° schmolz.

Das erhaltene Salz vom Schmp. 272—274° wurde im Exsikkator getrocknet; beim Trocknen im Vakuum bei 150°, als auch beim Stehen über Phosphorsäureanhydrid innerhalb 24 Stunden fand keine Gewichtsabnahme statt.

Analyse 0.4140 g Sbst.: 0.3528 g AgBr;
0.2374 g Sbst.: 0.2012 g AgBr.
0.1363 g Sbst.: 11.92 cm³ N_2 ($t = 23°$, $p = 752$ mm);
0.1142 g Sbst.: 9.74 cm³ N_2 ($t = 21°$, $p = 753$ mm).
$C_{18}H_{19}N_3 \cdot 2HBr$: ber. Br = 36.40%, N = 9.57%;
gef. Br = 36.26%, N = 9.70%;
Br = 36.07%, N = 9.56%.

Aus dem Dibromid wurde durch Auflösen in Wasser und nachfolgender Sättigung mit Pottasche und Ausschütteln mit Äther die Base erhalten. Die Spuren des Äthers wurden durch längeres Erwärmen auf kochendem Wasserbade im Vakuum entfernt.

Analyse der Base 0.1006 g Sbst.: 0.2874 g CO_2; 0.0592 g H_2O;
0.1430 g Sbst.: 19.80 cm³ N_2 ($t = 23°$, $p = 744$ mm).
$C_{18}H_{19}N_3$: ber. C = 77.98%, H = 6.86%, N = 15.16%;
gef. C = 77.91%, H = 6.58%, N = 15.19%.

Aus der Base wurde das Pikrat erhalten. Es schmolz bei 209°. Die gemischte Probe mit dem Pikrate vom Schmp. 209.5—211° schmolz bei der gleichen Temperatur.

Das Chlorplatinat wurde erhalten durch Mischen der Lösung von 0.2 g der Base in verdünnter Salzsäure mit 0.25 g Platinchlorid in Wasser. Der erhaltene Niederschlag wurde umkrystallisiert aus Wasser, das Salzsäure enthielt, in welcher er schwer löslich ist. Es wurden hellorange Nädelchen erhalten, die beim Erhitzen im Kapillarrohre bei 250—253° dunkel werden und weiter nicht schmelzen.

Das im Vakuum bei 150° bis zum konstanten Gewicht getrocknete Chlorplatinat wurde analysiert:

0.0840 g Sbst.: 0.0240 g Pt;
0.1022 g Sbst.: 0.0291 g Pt.
$C_{18}H_{19}N_3 \cdot H_2PtCl_6$: ber. Pt = 28.41%;
gef. Pt = 28.57%;
Pt = 28.47%.

Laboratorium
für Erforschung und Synthese pflanzlicher
und tierischer Substanzen.
Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Moskau.

Eingegangen
d. 22. IV. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] ЖРХО, **56**, 158 (1926). [2] Cf. Bremer, Lieb. Ann., **521**, 286 (1936).
[3] Я. Гольдфарб, ИМЕН, № 3, 543 (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

CHEMIE

CHEMISCHE ENTDECKUNGSKENNZEICHEN UND DIE METHODE DER PHYSIKALISCH-CHEMISCHEN ERFORSCHUNG VON SALZLAGERN

Von V. I. NIKOLAJEV

(Vorgelegt von N. S. Kurnakov, Mitglied der Akademie, d. 23. IV. 1937)

Die Situation in der Erforschung der Salzreichtümer in unserer Union war bis in die letzte Zeit folgende.

Die geologische Aufschliessung (hauptsächlich bei Naphta) und nachfolgende Bohrungen stellen das Vorhandensein von Salzlagern in diesem oder jenem Gebiete der Union fest, woraufhin dann physikalisch-chemische Untersuchungen die Natur der Salzablagerungen genau ermitteln, ihre Herkunft aufklären und der Industrie Richtlinien zur praktischen Ausbeute der entdeckten Salzlager gegeben werden.

Die ungeheuere Rolle der physikalisch-chemischen Untersuchungen in dieser Richtung ist nach den Untersuchungen des berühmten van't Hoff allen vollkommen klar geworden.

Indessen hat gegenwärtig, nach vertiefter Erforschung der Salzablagerungsprozesse bei der Verdampfung des Meerwassers des Schwarzen und anderer Meere, die Chemie ein Werkzeug erhalten, mit dessen Hilfe sie—neben der Geologie—erfolgreich an den Auffindungs- und Aufschliessungsarbeiten bei der Entdeckung der Salzlager unserer an Naturschätzen reichen Union teilnehmen kann.

Bei der Entdeckung von Kalilagern können vor allem drei chemische Entdeckungskennzeichen—die Ionen von Kalium, Brom und Borsäure—eine grosse Rolle spielen.

In den Gebieten, wo sich die Kaspischen Ablagerungen über die Permischen gelagert haben (Ural-Emba-Rayon, Stalingrader Gebiet, Kalmückien, die östlichen und südlichen Ufer des Kaspischen Meeres u. a.), bestimmt ein Vergleich der Konzentrationen der erwähnten Ionen, die dem Kaspischen Meer und dem Permer See eigentümlich sind, nicht nur die Richtung für das Aufsuchen der Kalilager, sondern kann auch schon, bevor geologische Bohrungen auf sie gestossen sind, ihr Vorhandensein feststellen.

Illustrieren wir das Gesagte durch einige Beispiele.

1) Vor allem sei es uns gestattet, auf die kürzlich erschienene (1937) Arbeit von I. B. Feigelson und A. A. Koževnikova «Zur Hydrochemie der Salzseen des Ural-Emba-Gebiets und der Halbinsel Mangischlak» (1) einzu-

gehen und die Schlussfolgerungen der Autoren dieser interessanten Untersuchung zu erweitern.

Nach gut übereinstimmenden Analysen von Lebedinzev und Schmidt enthält die Salzzusammensetzung des Kaspischen Meerwassers 1.10% KCl, 0.07% $MgBr_2$ und nach einigen gegenwärtigen Angaben (nach Analysen der Solen von Seen Kaspischer Herkunft) nicht mehr als einige Hundertstel Prozent Borsäure.

Die Solen des Inder-Sees, die nach Analysen von I. B. Feigelson, die mit den Daten des Akad. N. S. Kurnakov und I. N. Lepeschkov(2), sowie auch von V. I. Nikolajev und I. N. Lepeschkov(3) übereinstimmen, Auslaugungsprodukte der Permer Salzablagerungen sind, enthalten bis 3.7% KCl, bis 0.30% $MgBr_2$ und bis 0.20% H_3BO_3, bezogen auf den trockenen Rückstand. Bei der Umrechnung der Daten von I. B. Feigelson und A. A. Koževnikova über den KCl-, $MgBr_2$- und H_3BO_3-Gehalt im trockenen Rückstande (auf die Summe der Salze) der von ihnen untersuchten Seen erhalten wir folgende Tabelle.

Tabelle der KCl-, $MgBr_2$- und H_3BO_3-Konzentrationen in den Solen und trockenen Solenrückständen der Seen des Ural-Emba-Gebiets und der Halbinsel Mangischlak

Name des Sees	Salzsumme in der Sole (Gew.-Proz.)	Auf die Salzsumme in Gew.-Proz.		
		KCl	$MgBr_2$	H_3BO_3
Ural-Emba-Gebiet				
Ak-Kul	30.40	0.60	0.05	0.04
Karabatan	30.81	0.71	0.05	0.15
Tülegen	27.02	0.74	0.15?	0.02
Iskinè	31.40	3.15	0.26	0.29
Inder-See	26.61	3.72	0.17	0.32
Halbins. Mangischlak				
Roter See	30.85	2.75	0.18	0.36
Weisser See	29.75	0.87	0.03	0.16
Weisser See (die Bucht)	9.61	0.93	0.03	0.09
Iraliew	5.26	2.47	0.06	0.26

Zur Veranschaulichung der Konzentrationsverhältnisse von KCl, $MgBr_2$ und H_3BO_3 im Kaspischen Meerwasser, in den Solen des Inder-Sees (Permer See) und in den von I. B. Feigelson u. A. A. Koževnikova untersuchten Seen kann man z. B. folgendermassen vorgehen:

Wir tragen in drei Richtungen, die wir durch Fortsetzung einer der kartesischen Koordinatenachsen nach der negativen Richtung erhalten, die Salzkonzentrationswerte ab und zwar von $MgBr_2$ die Prozente von der Salzmenge der Lösung links vom Koordinatenursprung, rechts die H_3BO_3-Konzentration und nach oben die KCl-Konzentration. Der Masstab für KCl ist im Vergleich zum Masstab für $MgBr_2$ und H_3BO_3 verkleinert.

Die erhaltenen Suchdreiecke, in deren Ecken die physikalisch-chemischen Suchkennzeichen: KCl, $MgBr_2$ und H_3BO_3 liegen, gestatten uns folgende Schlüsse zu ziehen.

Im Innern der Folge von aufeinanderliegenden Dreiecken sehen wir das Dreieck des Kaspischen Meeres. Das punktierte Dreieck, das sich auf den

See Ak-Kul bezieht, geht in das Dreieck des Kaspischen Meeres ein, was von dem kaspischen Ursprung der Solen des Sees Ak-Kul zeugt.

Das äussere Dreieck, dessen Ecken durch weisse Quadrate bezeichnet sind, bezieht sich auf den Inder-See. Wie aus Abb. 1 ersichtlich ist, stehen alle Ecken dieses Dreiecks (Suchkomponenten) weit von den Ecken des Dreiecks des Kaspischen Meeres ab. Dem Dreieck des Inder-Sees nähern sich die Dreiecke des Iskinè-Sees (schwarze Quadrate in den Ecken) und des Roten Sees (schwarze Dreiecke in den Ecken). Diese Dreiecke weisen auf die gleiche (Permische) Natur der Solen hin, die Auslaugungsprodukte der Permischen Salzablagerungen sind.

Eine besondere Stellung nimmt das Dreieck des Iraliew-Sees (schräge Kreuze in den Ecken) ein, die von der gemischten permisch-kaspischen Natur der Solen dieses Sees zeugt.

Ausserordentlich interessant ist, dass der Rote See, der sich auf der Halbinsel Mangischlak nicht weit von dem Fort Alexandrowsk, unmittelbar am Kaspischen Meer, befindet, alle Kennzeichen des Inder-Sees trägt und augenscheinlich ebenfalls auf Kaliablagerungen gelegen ist. Es sind daher Kali- und Borfunde (vielleicht auch Naphta) auch auf der Halbinsel Mangischlak zu erwarten*.

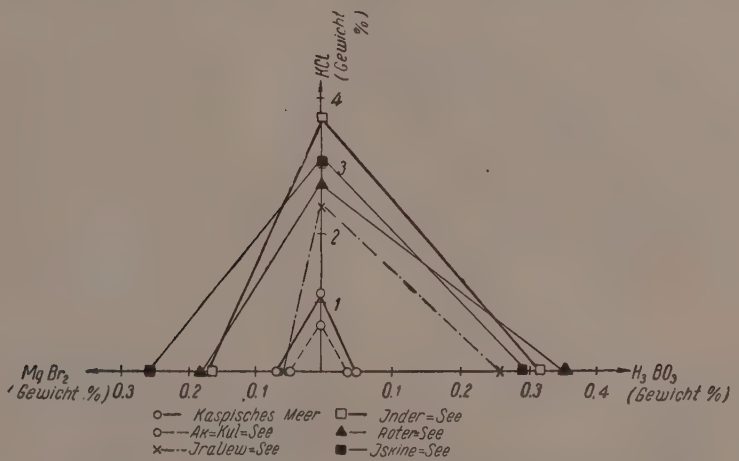


Abb. 1. Dreiecken (Suchkomponenten) KCl—$MgBr_2$—H_3BO_3.

2) Bei der Anwendung der Grundprinzipien der physikalisch-chemischen Analyse und der geometrischen Darstellungsmethode der Untersuchungsergebnisse (deren Bedeutung Akad. N. S. Kurnakov ständig in seinen Arbeiten hervorhebt) kann man die Bedeutung der physikalisch-chemischen Erforschung verstärken, und besondere Diagramme anfertigen, und bei gleichzeitiger Feststellung von Kalilagern in diesem oder jenem Gebiet unsere Nachforschungen in bestimmter Richtung lenken.

Dies geht hervor aus dem Beispiel der Untersuchungen der Salzexpedition des Instituts für allgemeine und anorganische Chemie der Akademie der Wissenschaften der UdSSR im Jahre 1936 [V. I. Nikolajev, O. K. Jana-

* S. S. Makarov hat eine Zunahme des Kaliumionengehalts sogar in den Gewässern des Miortwi Kultuk und des Nord-Ostufers des Kaspischen Sees festgestellt.

tjeva u. V. D. Poljakov «Kalium- und Bromionenkonzentrationen in den Brunnenwässern» (Brunnen auf kalmückisch—«Chuduck»)] in Zentralkalmückien nördlich von der Siedlung Jaschkul in einer Erstreckung von 100 km von 46 bis 47° nördlicher Breite. In dem beigefügten Diagramm (Abb. 2) ist rechts vom Koordinatenursprung die geographische Länge und nach unten die Breite aufgetragen.

Somit entspricht der Lage jedes Brunnens ein Punkt in dem rechten unteren Quadranten des Diagramms. Die Richtung von oben nach unten—die der Breite entspricht — gibt gleichzeitig die Richtung der Marschroute der Expedition im Jahre 1936 an.

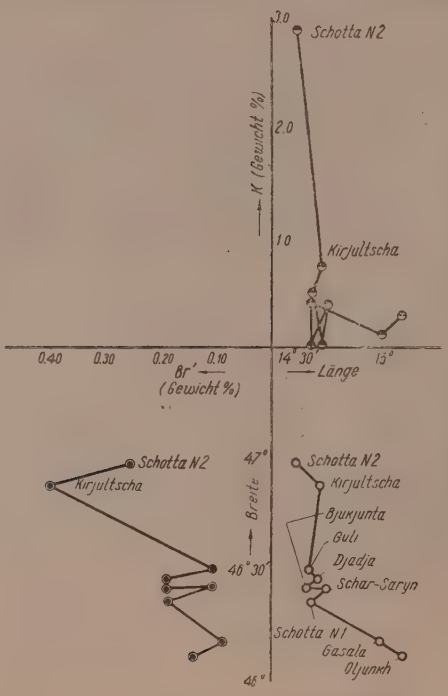


Abb. 2. Kalium- und Bromionenkonzentrationen in Chuduck (Kalmückien).

Im oberen rechten Quadranten sind als Projectionspunkte der Brunnenorte die Kaliumionenkonzentrationen in der Salzmenge des Brunnenwassers, die als 100 angenommen wird, angegeben. Im unteren linken Quadranten sind die Bromionenkonzentrationen aufgetragen.

Die Zeichnung zeigt anschaulich den Konzentrationsanstieg der Kalium- und Bromionen, wenn man von Süden nach Norden, d. h. von 46°zu 47°, geht. Der ausgesprochen permische Charakter der Konzentrationen dieser Ionen tritt schon zwischen 46°30′ und 47° nördlicher Breite hervor.

Mit den Schlussfolgerungen unserer physikalisch-chemischen Erforschungen stimmen auch die vom Astronomischen Institut gerade in der Breite von 47° gemachten Beobachtungen der gravimetrischen Minima überein.

Offenbar nehmen in dem untersuchten Gebiete von Zentralkalmückien die Salzlager eine bedeutende Fläche ein, die sich in der Breitenrichtung erstreckt.

Zur Zeit ist vom Akad. N. S. Kurnakov eine spezielle Brigade im Institut für allgemeine und anorganische Chemie zur weiteren Entwicklung der Ideen und Methoden der physikalisch-chemischen Erforschung der Naturreichtümer organisiert worden.

Institut für allgemeine und anorganische Chemie.
Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Moskau.

Eingegangen
d. 23. IV. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] Разведка недр, № 2 (1937). [2] Н. С. Курнаков и Н. И. Лепешков, Сб. «Бор и калий», изд. Ак. Наук СССР (1935). [3] В. И. Николаев и Н. И. Лепешков, Калий, № 9 (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

STRATIGRAPHIE

LES ALGUES COMME FOSSILES CARACTÉRISTIQUES

Par B. N. MAKHAEV

(Présenté par A. A. Borissiak, de l'Académie, le 26. IV. 1937)

Les algues fossiles présentent un groupe systématique fort peu étudié dans notre pays, il en résulte que leur importance stratigraphique n'est pas grande. L'auteur de cet article tâche d'attirer l'attention des explorateurs sur la possibilité de se servir des algues comme des indices stratigraphiques, se basant sur les études des algues fossiles du paléozoïque inférieur de la Sibérie, du paléozoïque supérieur du Darvaz, du Pamir, de la Crimée, de l'Oural et du bassin de Donetz. Un nombre de genres est indiqué pour la première fois en URSS. De l'ordre *Cyanophyceae* sont indiqués *Ottonosia*, *Lyngbyites* gen. nov., *Collenia*; de l'ordre *Chlorophyceae—Mizzia*, *Cyclocrinus*, *Vermiporella*, *Linoporella*, *Uragiella*, *Gymnocodium*, *Berezella* gen. nov.; de l'ordre *Rhodophyceae—Bosworthia*, *Solenopora*. En outre sont très répandues les algues ex. gr. *Donecella*, *Darvaziella* gen. nov.

Le cambrien

Bosworthia sibirica n. sp. a été déterminée du cambrien moyen de la vallée de la riv. Djunukan (affluent droit de l'Aldan) et de la riv. Moutoula (affluent gauche de la riv. Bélaya) lequel a été caractérisé du point de vue paléontologique. L'horizon à *Bosworthia* peut être discerné à une distance considérable et apparait comme un point marquant de la série. Cette découverte de Dzevanovsky présente de l'interêt, puisque *Bosworthia* jusqu'à nos jours a été trouvée aussi dans les sédiments du cambrien moyen (Colombie Britannique).

Le silurien inférieur

G. A. Doutkevitch m'a transmis des échantillons de «dolomites écailleuses» de l'Oural qui se rapportent a D_2^2 (étage de Givète). La génèse des calcaires écailleux a été étudié en connection avec la pression au cours des dislocations. L'étude des échantillons a démontré que les calcaires sont formés par des algues *Collenia* analogues à *Collenia* du cambro-silurien de l'Oural méridional et à *Collenia* du cambrien de la Sibérie et des États-Unis. Par conséquent, l'auteur détermine ces calcaires comme ayant l'âge silurien ou peut-être plus ancien. Leur structure écailleuse trouve son ex-

plication non pas dans la pression, mais dans la forme du thalle de *Collenia*. Du calcaire échinospérite de la région de Léningrad a été déterminé *Cyclocrinus spasskii* Eichw. Dans le trou de forage de Gdov on a trouvé pour la première fois *Vermiporella fragilis* Stolley qui est une algue caractéristique du silurien baltique.

Le carbonifère

Dans les parties inférieures du carbonifère de l'Oural septentrional (riv. Berezovaya) se trouve en masse l'algue *Berezella uralica* gen. et sp. nov. Des petits cylindres calcifiés, hauts de 0.5 à 1.56 mm, aux pores attachant le vide intérieur à l'air ambiant sont analogues à *Palaeporella* Stolley. Il est à noter que *Berezella doneciana* gen. et sp. nov. caractérise les calcaires L du bassin du Donetz (Dournoi Erik, embranchement dans le rayon Tchukassovo). La plus ancienne *Berezella platphormica* a été trouvée par l'auteur dans les calcaires de la suite d'Oka le long de la rivière Msta. La vaste distribution de *Berezella* et la localisation de différentes espèces dans les différents horizons peuvent faciliter l'étude de la correlation entre les coupes séparées.

Se basant sur la distribution des algues, l'auteur a réussi de séparer les calcaires carbonifères du bassin de Donetz (L). L'algue connue sous le nom de *Donecella* comprend des groupes différents des algues, ce qui explique sa propagation très étendue dans la direction verticale. Dans les horizons de Schwagerina et ceux d'en haut et d'en bas de l'Oural méridional (Ishimbayevo) les algues de la fam. *Dasycladaceae* apparaissent comme les agents qui forment les roches et on peut distinguer trois zones se basant sur leurs répartitions. Le même horizon à Schwagerina a permis de connaitre *Anthracoporella spectabilis* Pia du carbonifère supérieur et le nouveau genre *Lyngbyites elegans* gen. et sp. nov. (*Cyanophyceae*) aux caractères suivants: le thalle multicellulaire, filiforme. Chaque filament consiste de cellules en forme de tonneau, courtes (comprimées). Le filament ne se ramifie pas et est enveloppé d'une gaine fossilisée. Les hétérocystes manquent. Les cellules ont 0.007 mm de longueur et 0.018 mm de largeur.

Le permien

Les algues permiennes diffèrent considérablement de celles du carbonifère et du paléozoique inférieur. La forme caractéristique du permien est *Mizzia velebitana* Schubert, connue par la Dalmatie, le Japon, le Texas, le Tyrol méridional, la Serbie, la Grèce, l'Iran, la Hongrie. *Mizzia* n'est pas rencontrée dans des sédiments plus récents que ceux du permien. En URSS *Mizzia velebitana* Schub. a été déterminée dans les sédiments permiens du Pamir oriental, du Darvaz et de la Crimée (riv. Katcha). En Pamir oriental *Mizzia* est connue des vallées des rivières Kara-Sou, Kuberhanda, Aksou, Koktchagui, de l'emplacement Mama-Zaïre-Boulak et du calcaire célèbre de Saphet-Doronne (mont. Kabout-Kou).

Le permien inférieur du Darvaz méridional (riv. Pyandji) au dessus de Shagonne est caractérisé par une algue originale formant des roches *Darvaziella dutkevitschi* gen. et sp. nov., qui ne s'élève pas plus haut dans d'autres coupes. Dans les calcaires de Saphet-Doronne a été trouvée l'algue *Ottonosia laminata* Twenh. décrite des dépôts permiens par Twenhofel. Les sédiments du permien supérieur au Pamir oriental sont caractérisés par l'algue *Gymnocodium bellerophonthis* Rothpl. (riv. Agalkhar du Nord, Mour-

gab, Kara-Sou). *Gymnocodium* figure ici, par analogie à *Darvaziella* du permien inférieur, comme une algue formant des roches. *Gymnocodium bellerophontis* est une algue caractéristique pour le permien supérieur de l'Europe occidentale (la Serbie, les Alpes Carinthiens etc.) étant largement répandue dans le calcaire à *Bellerophon*. L'âge permien supérieur du Pamir oriental est prouvé par la faune de foraminifères (Doutkevitch) de sorte qu'on peut tenir *Gymnocodium belleroph.* pour une algue caractéristique du permien supérieur et très répandue. Il est bien possible de trouver *Mizzia* et *Gymnocodium* dans le permien du Caucase.

Jurassique supérieur

Des calcaires jurassiques supérieurs de la Crimée (vallée de Baidary, village Skela, Ai-Petri, Koutchouk-Koi) ont été déterminées *Linoporella taurica* Pêel, *Uragiella* sp., *Solenopora jurassica* Nichols.

Les représentants de *Dasycladaceae* participent beaucoup plus qu'on ne le suppose à la construction de Yaila. Les calcaires oolitiques connus sont presque partout formés par des particules calcifiées des algues, celles-ci étant devenues plus tard des centres des oolites futurs. Les travaux spéciaux permettront probablement de séparer l'épaisseur des calcaires de Jura supérieur d'après les algues. La présence des algues vertes en grande quantité annonce l'accumulation de dépôts dans les eaux peu profondes et le climat chaud.

Dépôts tertiaires

L'auteur a trouvé dans les récifs du sarmatien moyen du détroit de Kertch (cap Goloubinka) les algues *Ternithrix compressa* Reiss. Dans les récifs aux pores membranées (sarmatien supérieur+meotis) dans la presqu'île de Kertch on a trouvé dans plusieurs endroits (crête de Mithridate, Ak-Manai, Nasyr, Tchontchelek, Yenikale, Zavod) des stromatolites, des croûtes chysophycées et des représentants de *Dendractis compacta* Reiss. Ce qu'il y a de plus intéressant à noter, c'est que les algues présentent des tortillons fins calcifiés et de croûtes inclues dans le corps du récif de bryozonaires. Des différents représentants de *Cyanophyceae* se sont trouvés avec d'autres organismes, en biocénose *Membranipora*, ont lutté pour la vie contre les bryozonaires, les couvrant et agrandissant l'espace qu'ils couvraient. Si l'on combine les longues «croûtes», les tortillons (de 8 à 9 mm de longueur) dans le corps de récif, l'on pourrait dessiner la configuration ancienne du récif dans les différentes époques de sa vie. Il résulte des exemples précités que les algues ont une importance au point de vue stratigraphique et leur distribution n'est guère localisée.

Cette circonstance que les algues caractérisent souvent un système ou une grande section d'un système, peut être expliquée par une étude peu approfondie des algues et une connaissance erronée des unités inférieures taxonomiques de ce groupe spécifique de fossiles. L'auteur ne traite pas dans cet article l'importance bien connue des algues comme des indices de faciès définis, d'un climat défini, ni leur importance dans la formation des roches.

Ci-dessous est attachée la table de la distribution des algues.

Pour conclure, l'auteur tient à exprimer sa reconnaissance à P. V. Kumpan, G. A. Doutkevitch, D. V. Nalivkin, qui l'ont assisté dans le choix du sujet sur les algues, à I. V. Palibin et à mon maître M. I. Yanichevsky de m'avoir donné des conseils de valeur.

Distribution des Algues Fossiles

Noms des algues	Cambrien moyen	Silurien inférieur	Carbon. C_1	Carbon. C_2	Carbon. C_3	Perm. Infér.	Perm. Supér.	Jura supérieur	Tertiaires Sarm. moy.	Tertiaires Sarm. supér.
Bosworthia sibirica n. sp.	+									
Cyclocrinus spasskii Eichw.		+								
Collenia cf. *cona* Twenh.		+								
Collenia sp.		+								
Berezella platphormica gen. et sp. n.			+							
Berezella doneciana gen. et sp. n.				+						
Berezella uralica gen. et sp. n.					+					
Donecella ex. gr. *lutugini* Masl.				+						
Lyngbyites elegans gen. et sp. n.					+					
Anthracoporella spectabilis Pia					+					
Représentant nouveau de *Dasycladaceae*					+					
Darvaziella dutkevitschi gen. et sp. nov.						+				
Ottonosia laminata Twenh.						+				
Gymnocodium bellerophontis Rothpl.						+	+			
Mizzia velebitana Schub.						+	+			
Vermiporella velobitana Schub.										
Vermiporella fragilis Stolley		+								
Linoporella taurica Pčel								+		
Solenopora jurassica Nich.								+		
Uragiella sp.								+		
Ternithrix compressa Reiss.									+	
Dendroctis compacta Reiss.										+

Institut scientifique de
Géologie et de Pétrole.
Léningrad.

Manuscrit reçu
le 26. IV. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] I. Pia, Die *Siphoneae verticillatae* vom Karbon bis zur Kreide (1920). [2] I. Pia, M. Hirmer, Handbuch der Paläobotanik, 1 (1927). [3] I. Pia, Neues Jahrb. f. Min. u. s. w., III (1928). [4] I. Pia, Algen als Zeitfossilien. [5] Vasilize Simić, Gornji perm u. zapadnoj Serbjij (1933). [6] Schubert, Jahrb. Geol. Reichsanst., 58, (1908). [7] A. Karpinsky, Einige problematische Fossilien aus Japan. [8] Stolley, Neues Jahrb. Min. u. s. w., II (1893). [9] C. D. Walcott, Cambrian Geol. a. Pal., 4, No 5; Smithson. Misc. Coll., 67, p. 5 (1919). [10] Дуткевич, Геолог. исслед. на сев. Урале (1932). [11] А. А. Еленкин, Сине-зеленые водоросли СССР (1936). [12] В. Маслов, Изв. Геолком., XLVIII, № 10 (1929).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

BIOCHIMIE

LA MÉTHODE DE LA DÉTERMINATION DU COEFFICIENT *D*

Par I. A. SMORODINCEV (SMORODINZEW) et S. A. PAVLOV

(Présenté par A. A. Richter, de l'Académie, le 16. IV. 1937)

La détermination du coefficient *D*(1) a beaucoup d'importance dans l'appréciation de la qualité des produits de viande(2) et des matières premières des cuirs et peaux(3); elle donne aussi de bons résultats dans l'étude du dynamisme des processus de modification des matières protéidiques.

Dans les processus du métabolisme, de l'autolyse et de l'hydrolyse des tissus, de même que le dégagement des acides minéraux et organiques qui peuvent être directement titrés par l'alcali, il se forme également des acides aminés et d'autres ampholytes, dont les constantes de dissociation ne permettent pas leur titrage dans un milieu aqueux. Dans ce cas, on peut se servir de la méthode de Foreman(4), dont la théorie a été élaborée par Harris(5). La détermination du coefficient *D* est basée sur le principe de cette méthode.

Vu l'instabilité de la composition des solutions de fer colloïdal (hydrate d'oxyde) et la présence de la coloration jaune qui gêne le titrage à la phénolphtaléine, nous avons décidé d'employer pour la détermination du coefficient *D* la précipitation des protéines par l'oxyde d'aluminium hydraté. Un test préalable établissait la quantité de solution normale de KOH à 0.1, nécessaire pour la précipitation de Al $(OH)_3$ de 10 ml de solution de sulfate d'aluminium à 1%, jusqu'à l'obtention de la réaction neutre au bleu de brome-thymole. On ajoute à 100 ml de solution, dont il est nécessaire de précipiter les protéines, 25 ml de $Al_2(SO_4)_3$ à 1% et la quantité correspondante de solution normale de KOH à 0.1. Le dépôt de protéine est filtré et l'on détermine le coefficient *D* dans le filtrat par le procédé habituel.

Détermination comparée du coefficient *D* après la précipitation des protéines par l'oxyde hydraté de fer colloïdal et l'oxyde d'aluminium hydraté; action du chauffage sur la valeur du coefficient *D*

200 g de peau de boeuf fraîche étaient extraits pendant deux heures dans 700 ml d'eau au moyen d'un appareil agitateur. Les protéines de 200 ml d'extrait étaient précipitées par 40 gouttes d'oxyde hydraté de fer colloïdal; on ajoutait aux autres 200 ml du même extrait 25 ml de solution de $Al_2(SO_4)_3$ à 1% et 13.3 ml de solution normale de KOH à 0.1. Dans les deux cas une partie de la solution était soumise à une ébullition de 10 minutes, une partie était laissée au froid. Dans la troisième portion de l'extrait la protéine était dégagée par une simple ébullition. Le pH étant égal à 5.6, on déterminait le coefficient *D* dans les filtrats par le procédé habituel, après avoir éloigné les dépôts de protéine.

Tableau 1

Peau de boeuf fraîche

	Précipitation des protéines					
	à l'oxyde de fer hydraté colloïdal		à l'oxyde d'aluminium hydraté		en chauffant	
	au froid	en bouillant	au froid	en bouillant	au froid	en bouillant
E	2 ml	2.1 ml	0.04 ml	0.09 ml	0.08 ml	0.08 ml
F	2.61	2.5	0.32	0.29	0.6	0.38
Coeff. *D*	0.43	0.3	0.24	0.18	0.37	0.27

Cette expérience montre, qu'en ajoutant une quantité relativement faible de fer colloidal, on augmentait 50 fois l'acidité habituelle du milieu en comparaison avec l'hydrate d'aluminium neutralisé; le même excédent d'acidité conditionne probablement une certaine augmentation de la valeur *F*, ce qui était la cause de l'augmentation du coefficient *D*, qui était deux fois plus élevé qu'en cas de précipitation des protéines par l'aluminium. Dans tous les cas, la valeur du coefficient *D* diminue après l'ébullition pour compte de l'augmentation du facteur *E*.

L'expérience a été répétée dans les mêmes conditions avec la peau de bœuf d'une autre provenance. Les résultats sont indiqués dans le tableau 2

Tableau 2

Peau de bœuf fraîche

	Précipitation des protéines			
	à l'oxyde de fer hydraté colloïdal		à l'oxyde d'aluminium hydraté	
	au froid	en bouillant	au froid	en bouillant
E	1.8 ml	2.1 ml	0.06 ml	0.0[illegible] ml
F	2.6	2.5	0.48	0.32
Coeff. *D*	0.56	0.28	0.41	0.24

Nous pouvons de nouveau nous convaincre que l'introduction de fer augmente la valeur *E* 25—30 fois, et «l'acidité alcoolique» *F*—5 fois, ce qui a pour conséquence l'augmentation du coefficient *D* $1^1/_2$ fois, en comparaison avec la précipitation parallèle du même extrait par l'oxyde d'aluminium hydraté. Dans les deux cas le coefficient *D* diminue après l'ébullition pour compte de l'augmentation de l'acidité générale (*E*).

Le coefficient *D* dans les solutions de glycine et de peptone

Les expériences de traitement comparé des solutions par les oxydes hydratés de fer colloïdal et d'aluminium ont été effectuées sur des solutions de glycocolle et de peptone: a) 50 ml de solution de glycocolle à 1% étaient titrés en présence et en absence d'alcool; b) 50 ml de solution de glycocolle à 1% étaient traités par 10 gouttes d'hydrate colloïdal d'oxyde de fer; c) on ajoutait à 200 ml de solution de glycocolle à 1% 25 ml de solution de $Al_2(SO_4)_3$ à 1% et 13.3 ml de solution normale de KOH à 0.1; dans les trois filtrats la valeur du coefficient *D* était déterminée par le procédé habituel dans 50 ml de filtrat.

Solution de glycocolle à 1%

Tableau 3

	Précipitation des protéines					
	a) sans ajouter d'oxyde hydraté de fer ou d'aluminium		b) par l'oxyde de fer hydraté colloïdal		c) par l'oxyde d'aluminium hydraté	
	au froid	en bouillant	au froid	en bouillant	au froid	en bouillant
E	0.6 ml	2.8 ml	2.7 ml	5.9 ml	0.2 ml	2.1 ml
F	13.3	18.0	26.0	26.6	8.5	12.1
Coeff. *D* (pour 1 g)	2.54	3.04	4.66	4.14	1.97	2.38

Le traitement de l'acide aminé pur par l'oxyde de fer hydraté colloïdal augmente plusieurs fois l'acidité générale (*E*), ainsi que la valeur *F*, mais plus faiblement; par conséquent, le coefficient *D* augmente environ du double. Le traitement par l'oxyde d'aluminium hydraté diminue, au contraire, l'acidité générale (*E*), ainsi que «l'acidité alcoolique» (*F*), ce qui entraîne la diminution du coefficient *D*, en comparaison avec la solution de glycocolle, n'ayant subi aucun traitement. Dans tous les cas l'ébullition augmente l'acidité générale, mais «l'acidité alcoolique» augmente en employant l'aluminium, de même que dans la solution sans aucune addition; c'est pourquoi dans les expériences a) et c) le coefficient *D* augmente, ce qui ne se produit pas pour l'extrait de peau; après le traitement au moyen de l'oxyde de fer hydraté b) la valeur *F* ne change presque pas et le coefficient *D* diminue également, ainsi que nous l'avons observé pour les extraits de peau de bœuf.

Comme on peut voir dans le tableau 3, le traitement par l'aluminium donne une valeur du coefficient *D* se rapprochant le plus de la valeur obtenue dans la solution de glycocolle pur. La différence des indices *E*, *F* et *D*, entre la solution pure de glycocolle et la solution traitée par l'oxyde d'aluminium hydraté, peut être facilement expliquée par la neutralisation partielle de la solution en ajoutant du sel d'aluminium neutralisé par l'alcali.

Des expériences analogues ont été effectuées avec une solution de peptone commercial à 1%: a) 50 ml de solution de peptone à 1% sont titrés en présence et en absence d'alcool; b) 50 ml de solution de peptone à 1% sont traités par 10 gouttes d'oxyde de fer hydraté colloidal; c) on ajoute à 200 ml de solution de peptone à 1% 25 ml de solution de $Al_2(SO_4)_3$ à 1% et 13.3 ml de solution normale de KOH à 0.1; dans tous les trois cas la valeur *D* est déterminée par le procédé habituel dans 50 ml de filtrat et calculée pour 1 g de substance sèche (tableau 4).

Solution de peptone à 1%

Tableau 4

	Précipitation des protéines					
	a) sans addition d'oxyde hydraté de fer ou d'aluminium		b) par l'oxyde de fer hydraté colloïdal		c) par l'oxyde d'aluminium hydraté	
	au froid	en bouillant	au froid	en bouillant	au froid	en bouillant
E	1.2 ml	1.8 ml	1.8 ml	2.2 ml	0.7 ml	1.1 ml
F	3.4	3.9	3.9	3.9	2.4	2.6
Coeff. *D*	0.4	0.3	0.42	0.34	0.4	0.36

Dans la solution de peptone l'oxyde de fer hydraté colloïdal augmente également l'acidité générale (E) et l'acidité alcoolique (F), ce qui ne modifie pas beaucoup le coefficient D. L'addition d'oxyde d'aluminium hydraté diminue, au contraire, dans une certaine mesure les facteurs E et F, mais cela n'influe pas d'une manière importante sur la valeur du coefficient D. Dans tous les cas l'ébullition augmente la valeur E, ce qui entraîne une certaine diminution du coefficient D.

L'addition de l'oxyde de fer hydraté colloïdal augmente toujours l'acidité et peut provoquer une hydrolyse complémentaire (surtout pendant l'ébullition) qui modifie le processus étudié. La précipitation des protéines par l'oxyde d'aluminium hydraté au froid donne des changements très faibles du milieu et peut être recommandée dans tous les cas analogues.

Méthode de la détermination du coefficient D

En nous basant sur ces expériences, que nous avons répétées maintes fois, nous proposons la méthode suivante de la détermination du coefficient D. Au moyen d'un test préalable on détermine la quantité de solution normale de KOH à 0.1 qu'il est nécessaire d'ajouter à la solution de $Al_2(SO_4)_3$ à 1%* jusqu'à l'obtention de la réaction neutre au bleu de bromethymole. On ajoute à 100 ml de la solution éprouvée 25 ml de solution de $Al_2(SO_4)_3$ à 1% et la quantité correspondante de solution normale de KOH à 0.1. a) Après avoir laissé déposer pendant cinq minutes, on filtre le dépôt, on mesure 50 ml de filtrat et on titre à l'alcali en présence de phénolphtaléine jusqu'à une faible coloration rosée (valeur E, acidité générale). Ensuite, on ajoute 55 ml d'alcool à 96° et on continue le titrage jusqu'à la coloration rosée (valeur F, «acidité alcoolique»)**. La différence de l'alcali employé pour le titrage à l'alcool (F) et le titrage à l'eau (E) est calculée selon l'équivalent normal d'alcali pour 100 g de tissu, le coefficient du liquide étant 1:4, et est appelée par nous coefficient D:

$$D = \frac{(F - E) \cdot (100 + 25 + a)}{100 \cdot 10 \cdot 50} \cdot \frac{100 \cdot 4}{}.$$

Laboratoire de Biochimie de l'Institut de l'Industrie des Cuirs de l'URSS.
Moscou.

Manuscrit reçu le 16. IV. 1936.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] И. А. Смородинцев и А. Н. Адова, Практикум биологической химии, стр. 136 (1934); И. А. Смородинцев, Частная биохимия, стр. 124 (1936); С. А. Павлов, Техно-хим. контроль, стр. 142 (1935). [2] I. A. Smorodinzew a. P. A. Tzyganowa, Journ. of Biochem., **23**, 449 (1936). [3] И. А. Смородинцев и С. А. Павлов, Кож. и обувн. промыш. СССР, **13**, 598 (1934); **14**, 370 (1935). [4] F. W. Foreman, Biochem. Journ., **14**, 451 (1920). [5] L. J. Harris, Proc. Roy. Soc., L., **95**, 440, 500 (1923); **97**, 364 (1925); **104**, 412 (1912); Journ. Chem. Soc., **123**, 3294 (1923).

* Ou d'alun d'aluminium.
** On peut titrer à l'alcool une portion séparée.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

BIOCHIMIE

DÉTERMINATION DU POINT ISOÉLECTRIQUE DE LA THYRÉOGLOBULINE

Par I. A. SMORODINCEV (SMORODINZEW) et A. M. FELDT

(Présenté par A. A. Richter, de l'Académie, le 27. IV. 1937)

Dans la communication précédente(1) nous avons établi que la thyréoglobuline native n'était pas précipitée par l'acide acétique et que dans la méthode aux sels elle se dégageait avec le nucléoprotéide, en employant le sulfate d'ammonium. Désirant d'obtenir une préparation plus pure de thyréoglobuline, afin de déterminer son point isoélectrique, nous avons libéré du nucléoprotéide le plasma de la glande thyroïde du gros bétail à cornes(1) en le précipitant au moyen de l'acide acétique et nous avons tâché de définir plus nettement les limites de dégagement de la thyréoglobuline par le traitement aux sels. Une série d'expériences nous a montré qu'à la concentration de 35% de sulfate d'ammonium il n'y a pas encore de dépôt. Le dépôt ne commence à paraître qu'en cas de concentration à 37% et la précipitation se termine à 52%, dans ces limites toute la thyréoglobuline est dégagée et en ajoutant encore du sulfate d'ammonium on n'obtient plus aucun dépôt. Nos données correspondent aux résultats des expériences de Heidelberger et Palmer(2), qui ont opéré avec de la thyréoglobuline pure, mais diffèrent des données d'Oswald(3); ce dernier a établi une plus vaste zone de précipitation, entre 25—44% de saturation de sulfate d'ammonium, car il n'éloignait pas auparavant le nucléoprotéide.

Ayant ainsi constaté l'homogénéité de la protéine contenue dans le plasma pur de la glande thyroïde, privé de nucléoprotéide, nous avons déterminé le point isoélectrique de la thyréoglobuline par quatre méthodes: 1) la cathaphorèse, 2) la viscosité, 3) la précipitation par l'alcool, 4) la définition de la dépendance de la température de coagulation du pH du milieu. Les expériences furent répétées avec une solution de la plus pure préparation de thyréoglobuline No 7(1).

Cathaphorèse. Les observations du transport de la thyréoglobuline dans le champ électrique ont été effectuées d'après la macrométhode de Michaélis. La solution de protéine était mélangée au même volume de tampon de phosphate à $m/30$ et on employait comme liquide latéral un mélange ayant le même pH. Tension du courant—120 V. L'expérience durait 1—2 heures. La limite entre la solution expérimentée et le liquide latéral était nettement visible. La vitesse de transport atteignait 2—8 mm à l'heure et changeait selon le pH, augmentant en s'éloignant du point isoélectrique.

Le transport de la protéine était contrôlé à l'aide d'une réaction biurétique du côté du transport. Les expériences de transport de la thyréoglobuline au moyen d'un tampon d'acétate à *m*/60 ont donné le même résultat qualitatif. Une des expériences typiques réitérées est citée dans le tableau 1.

Tableau 1

Transport de la thyréoglobuline dans le champ électrique

pH	Direction du mouvement
6.2	Vers l'anode
5.4	» »
5.2	» »
5.0	» »
4.8	» »
4.5	Le transport n'a pas lieu
4.2	Vers la cathode

Viscosité. Les déterminations de la viscosité ont été effectuées au moyen d'une solution à 0.668% de préparation de thyréoglobuline No 7, dans le viscosimètre d'Oswald, à la température de 25°; le pH était établi au moyen de l'acide chlorhydrique. Le tableau 2 montre un exemple pris parmi une série de déterminations analogues.

Tableau 2

Détermination du point isoélectrique de la thyréoglobuline d'après la modification de la viscosité

pH	Viscosité relative
3.4	1.2658
3.9	1.1919
4.2	1.1014
4.5	1.0535
6.0	1.0885
7.0	1.1070
7.8	1.1882

Le minimum de viscosité correspond au point isoélectrique de la thyréoglobuline, le pH étant égal à 4.5.

Précipitation par l'alcool. La solution de thyréoglobuline dans le tampon d'acétate avec différents pH était avec une quantité déterminée d'alcool et le maximum de précipitation était toujours observé quand le pH était 4.5.

Température de la coagulation. La solution de thyréoglobuline, libre de nucléoprotéide (préparation No 7), ou le plasma de la glande thyroïde ayant subi le traitement nécessaire(1), était mélangée avec le même volume de tampon de phosphate à *m*/30 et le pH du mélange était déterminé par le procédé électrométrique. L'éprouvette contenant le mélange était plongée dans un grand verre d'eau préalablement chauffée à la température de 2—3° au-dessous de la température attendue de la coagula-

tion; le réchauffement ultérieur était effectué rapidement pendant 2—3 minutes, en remuant la solution dans l'éprouvette au moyen du thermomètre. Nous nommons «limite inférieure de coagulation» la température à laquelle on observe seulement l'apparition d'une forte opalescence, l'apparition d'une faible opalescence est habituellement observée à 3—4° plus tôt. «La limite supérieure de coagulation» détermine le moment où la coagulation est terminée, il s'est formé des flocons et le liquide est devenu transparent au-dessus d'eux. Le tableau 3 donne un exemple typique pris dans une série d'observations analogues.

Tableau 3

Dépendance de la température de coagulation de la thyréoglobuline du pH du milieu

pH	Limite inférieure de coagulation	Limite supérieure de coagulation
6.2	Ne se coagule pas	—
5.7	100°	—
5.4	55°	72°
5.1	50°	64°
4.8	40°	58°
4.5	38°	55°
4.2	90°	100°
3.7	Ne se coagule pas	—

L'ionisation de la thyréoglobuline communique à ses solutions une stabilité dans le sens acide du point isoélectrique, plus rapidement que dans le sens alcalin; au point isoélectrique l'ionisation est minimale, ce qui fait que la protéine se dégage de la solution à la température la plus basse égale à 38°; avec un pH=3.7 et 6.2 la stabilité des solutions de thyréoglobuline est si grande, qu'elles ne se coagulent pas même à la température d'ébullition. Le minimum de stabilité de la solution de thyréoglobuline est identique, aussi bien à la limite inférieure qu'à la limite supérieure de coagulation.

Ainsi, toutes les quatre méthodes—celle directe de cathaphorèse, et les méthodes indirectes selon la stabilité minimale des solutions, par rapport aux agents coagulants et à la modification de viscosité, s'accordent pour indiquer la même dimension de pH (4.5) pour le point isoélectrique de la thyréoglobuline.

Il est nécessaire de noter le fait que la préparation de thyréoglobuline obtenue par nous possède le même point isoélectrique que la thyréoglobuline se trouvant dans le plasma de la glande thyroïde. Ceci nous permet de conclure que le procédé choisi par nous pour le dégagement de la thyréoglobuline ne provoque pas la dénaturation de cette protéine. D'autre part, nous avons constaté que dans le plasma des glandes thyroïdes du gros bétail à cornes la thyréoglobuline était effectivement la protéine dominante.

Conclusions

1. Les limites de dégagement de la thyréoglobuline par la méthode aux sels se trouvent dans les bornes étroites de 37—52% de saturation de sulfate d'ammonium.

2. La détermination du point isoélectrique des solutions de thyréoglobuline, effectuée d'après les méthodes diverses: la cathaphorèse, la

viscosité, la stabilité par rapport aux agents coagulants, a produit le même nombre: pH=4.5.

3. Le point isoélectrique de la thyréoglobuline du plasma des glandes thyroïdes privé de nucléoprotéide et dans les solutions de protéine dégagée est le même.

4. La méthode de dégagement de la thyréoglobuline que nous avons choisie n'est pas accompagnée de la dénaturation de la protéine.

Chaire de Biochimie de l'Institut
Chimico-Technologique de l'Industrie
de la Viande.
Moscou.

Manuscrit reçu
le 27. IV. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] I. A. Smorodinzew et A. M. Feldt, C. R. Acad. Sci. URSS, XIV, 365 (1937). [2] M. Heidelberger et Palmer, J. biol. chem., **101**, 433 (1933). [3] A. Oswald, ZS. physiol. Chem., **27**, 14 (1899).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

BIOCHEMISTRY

ON THE MEASUREMENT OF THE OXIDIZING-REDUCING POWER OF THE LIVING VEGETABLE TISSUE

By B. A. RUBIN, N. M. SISAKIAN and O. T. LUTIKOVA

(Communicated by A. N. Bach, Member of the Academy, 23. IV. 1937)

It is well known that Szent Györgyi(1) showed in 1931 that the tissues of the cabbage have the power of oxidizing vitamine C, this power being due to the presence of a special biological catalyzer. Subsequently, a similar ferment was discovered in apples by Zilva(2), and in the pumpkin by Tauber, Kleiner and Mishkind(3).

It is stated in Stračickij and Rubin's work(4) that an enzyme, similar to that found by S. Györgyi in the cabbage, but much more widely distributed, has been discovered by those writers in cauliflower, salad and cucumbers. The same work shows the ability of the living vegetable tissue to reduce part of the ascorbic acid introduced into it and previously oxidized by oxygen in the presence of a solution of that enzyme*.

The presence of a similar system has been proved quite recently by Tkacenko for a number of lactic acid bacteria (*B. bulgaricus*, *B. acidophilus*, *B. Leichmanni*(5).

The above statements may be supplemented by the ever increasing number of facts showing the extraordinarily wide distribution of ascorbic acid itself in the vegetable world.

Thus, there are practically no facts on record where a test of the green parts of a plant for vitamine C has failed to bring to light the presence of that vitamine.

The above facts would appear to warrant the conclusion that both ascorbic acid itself, and its transformations in the cells of the plant, are of paramount importance. It is a matter for regret that only a very limited amount of direct investigation has been made in this respect.

Amongst the works so far published, reference can be made to those of Rubin and Stračickij, which have shown that an increase in ascorbic acid content in the living tissue of the cabbage (after an injection of vitamine C by the vacuum-infiltration method) results in a heightened respiration.

---

* In these experiments, the ascorbic acid was introduced into the tissue by the vacuum-infiltration method immediately upon its oxidation, i. e. the whole of it was in a dehydro- or reversibly oxidized form.

Still more convincing are the results obtained by Engelhardt and Bukin(6), who found the rate of oxidation of vitamine C to correspond, in a large number of cases, with the general energy of the respiratory process in the plant under investigation, and sometimes even to exceed it. True, the authors point out that there are some exceptions to this rule, which make it impossible to regard vitamine C as a respiratory mechanism of an universal type.

Some interest attaches also to the data obtained by Gudlet and Kardo-Sysojeva(7), published after the completion of the experimental part of our work. Those authors showed the rate of oxidation of ascorbic acid in aqueous extracts from vegetable tissue to be different for different groups of plants and to depend on the activity of the oxidizing system of the plant.

Thus, a survey of the few articles dealing with the biological rôle of vitamine C in plants suffices to indicate the vast importance of that compound as well as of those oxidation-reduction processes that are connected with the conversion of vitamine C and the transition from one of its forms to another.

In pursuing the study of this problem, we thought it necessary, in the first place, to devise a method of determining the oxidizing-reducing power of live vegetable tissue by using ascorbic acid as a substratum for those agents of the cell that are responsible for the process.

In this case, the study of the oxidizing regime in plant cells, which has for some time past been conducted on a large scale by some laboratories, would gain in concreteness, since it would be connected with the substratum whose biological importance is quite undoubted, if not fully investigated.

The development of this method is, in our opinion, a first step on the path of the study of the biological importance of oxidizing ferments and of the processes due to their direct influence.

The present article contains a summary of the results so far obtained.

M e t h o d o f w o r k. The ascorbic acid solution* used in the experiment was of a concentration of 0.5 mg per 1 ml. It was introduced into the vegetable tissue by the vacuum-infiltration method, use being made of the principle adopted by Kursanov for his method of determining the activity of saccharase in the living tissue (8). Immediately upon infiltration of the ascorbic acid, the leaves were reduced to their original weight, whereafter the ascorbic acid content was determined in one portion of the leaves, while a second portion was left for 24 hours in a humid exsiccator at a temperature of 20—22°. At the expiration of that period of time the vitamine C content was determined also in that portion.

To determine the reducing power of the tissues, a reversibly oxidized form of vitamine C was introduced into the latter. This form of vitamine C was obtained in the following manner: oxygen was passed for half an hour through a solution of the vitamine, with an addition of apple-juice. The supply of oxygen was stopped as soon as the reducing power of the solution had disappeared.

The determination of vitamine C itself was made by the Tielmans method as improved by Deviatnin (9).

All the figures cited below are expressed in millilitres of a 0.001 *N* solution of a 2.6-dichlorphenolindophenol pigment, referred to 10 g of live leaves after a 24 hours exposure.

---

* A crystalline preparation of Szent Györgyi kindly placed at our disposal by A. N. Bach, Member of the Academy. We take this opportunity for expressing our profound gratitude to both.

I Series of Experiments. The object of this series of experiments was to study the reducing power of leaves with regard to the reversibly oxidized ascorbic acid introduced into their tissue by infiltration.

The results of the experiments are given in Table 1.

Table 1

	Content of vitamine C in the tissue of the leaves immediately upon infiltration of reversibly oxidized vitamine	Ditto 24 hours upon infiltration	Difference (amount of vitamine C reduced by the living tissue in 24 hours)
Amager cabbage . .	26.8	36.4	9.6
Cyclamen Persicum .	30.8	32.4	1.6
Hydrangea Hortensia	33.0	45.8	12.8
Zea Mais	2.4	4.4	2.0

Table 1 shows that the highest power of reducing the dehydro-form of ascorbic acid is possessed by the leaves of the cabbage and those of *Hydrangea Hortensia*. The leaves of *Cyclamen Persicum* and *Zea Mays* have proved very inactive in this respect.

II Series of Experiments. The object of this series of experiments was to study the living tissue's power of oxidizing vitamine C (loss of reducing power).

Table 2

	Content of vitamine C in the tissue (initial state)	Ditto in 24 hours	Difference (amount of vitamine C oxidized in living tissue in 24 hours)
Amager cabbage . .	39.6	26.8	12.8
Cyclamen Persicum .	37.0	30.8	6.2
Hydrangea Hortensia	39.0	17.6	21.4

The above figures show that also in this case it has been possible to establish a very distinct difference between the leaves of different plants.

In spite of the exceptionally high reducing power of ascorbic acid, the oxidation of the latter in a living tissue is known to proceed very slowly, owing, to all appearances, to the presence therein of powerful protective systems [cf. e. g. Green ([10])]. Under these circumstances, no oxidation can be produced except as a result of disturbing the equilibrium between the oxidized and the reduced form of the vitamine in the tissue, as, for instance, by infiltration. We therefore made observations on the oxidation of vitamine in a triturated tissue.

The procedure was as follows: two similar samples of the material under investigation were used. In one of them, the vitamine C content was determined in the usual manner. The other was ground in a mortar with powdered glass for exactly 10 minutes. Thereupon, some acid was poured over the resulting semi-liquid mass to stop fermentation, and the vitamine C content was determined.

Some of the data obtained are given below.

Table 3

	Control (initial vitamine C content)	Vitamine C content after a ten minute action of oxidase	Rate of oxidation of vitamine C
Amager cabbage	37.2	18.0	19.2
Cyclamen Persicum	32.4	24.4	8.0
Hydrangea Hortensia	40.4	4.2	36.2
Zea Mais	4.8	2.2	2.6

A comparison of the above figures with the data obtained for the oxidation of vitamine in the living tissue shows that the order of arrangement of the plants according to the oxidizing power of the tissue of their leaves is very similar in both cases.

From our point of view, preference ought to be given to the method of oxidation in the ground tissue as it takes less time for determination.

We hope to achieve a further simplification of this method by using aqueous extracts of the ferment, which are to be obtained in the usual way. This will enable us to reduce the expenditure of ascorbic acid, thus placing the process within reach of any investigator. It is rather interesting to establish the ratio of oxidizing to reducing power in the tissues of various plants:

Table 4

	Oxidizing power	Reducing power	Ratio of oxidizing to reducing power
Amager Cabbage	19.2	9.6	2.0
Cyclamen Persicum	8.0	1.6	5.0
Hydrangea Hortensia	36.2	12.8	2.8
Zea Mais	2.6	2.0	1.3

As may be seen from the above figures, the method suggested by the writers makes it possible to establish very precise distinctions between the various plants according to their oxidizing-reducing power. Further improvements of the method, upon which we are at present at work, will enable us to extend it to a number of problems of practical and theoretical importance.

Institute of Biochemistry.
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
23. IV. 1937.

REFERENCES

[1] Szent-Györgyi, J. Biol. Chem., 40, 385 (1931). [2] Zilva, Bioch. Journ., 28, 633 (1934). [3] Tauber, Kleiner a. Mishkind, J. Biol. Chem., 110, 211 (1935). [4] Страчицкий и Рубин, Биохимия, I, 6 (1935). [5] Ткаченко, Биохимия, I, 5 (1936). [6] Энгельгарт и Букин, Биохимия, II, 2 (1937). [7] Gudiet a. Kardo-Sysoeva, C. R. Acad. Sci. URSS, XIV. 5 (1937). [8] Курсанов, Биохимия, I, 3 (1936). [9] Deviatnin, C. R. Acad. Sci.URSS, III, 4 (1935). [10] Green, Bioch. Journ., 27, 4 (1933).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

GENETICS

ALGEBRAIC SYMBOLISM OF THE LAW OF HYBRIDIZATION

By A. ZAMORSKIJ

(Communicated by N. I. Vavilov, Member of the Academy, 16. IV. 1937)

Simultaneously with the law of heredity put forward by Mendel he gave (1) their rational algebraic symbolism. This has been perfected by modern authors (2,3). Serebrovsky, however, rendered this work too complicated due to a large number of special biological symbols. Glivenko, on the contrary, introduced algebra purely formally, at times devoided of biological meaning and in addition only in particular cases.

On the basis of the materials of the three authors named above we construct the following representation of the laws of hybridization pursuing the object of biological graphicy and algebraic simplicity.

We have a given diploid set of three chromosomes $\overline{a_1a_2}$, $\overline{b_1b_2}$ and $\overline{c_1c_2}$. The horizontal lines indicate their paired linig. We agree to define this set by a combination of symbols of dichromosome with the sign of multiplication marking their nuclear unity $D = \overline{a_1a_2} \cdot \overline{b_1b_2} \cdot \overline{c_1c_2}$. It is easily noted that in this symbolical entry we can apply the transpositional law of multiplication (with the sole exception that the paired symbols are not to be disunited) without affecting the signification of the formula. Allowing the splitting of the type D chromosomes and as a result we have the formation of all possible haploid combinations of chromosomes G: $a_1\ b_1\ c_1$, $a_1b_1c_2$, $a_1b_2c_1$, $a_2b_1c_1$, $a_1b_2c_2$, $a_2b_1c_2$, $c_2b_2c_1$, *and* $a_2b_2c_2$. Marking the reduction with an arrow ($\rightarrow$) and linking the haploid forms obtained with the plus sign ($+$) symbolising their general origin and individual existence:

$$D = \overline{a_1a_2}\ \overline{b_1b_2}\ \overline{c_1c_2} \rightarrow a_1b_1c_1 + \ \ldots\ + a_2b_2c_2 =$$
$$= a_1(b_1c_1 + \ \ldots\ + b_2c_2) + a_2(b_1c_1 + \ \ldots\ + b_2c_2) =$$
$$= (a_1 + a_2)(b_1 + b_2)(c_1 + c_2) = G.$$

Crossing the resultant collective form G with another

$$G' = (a_3 + a_4) \cdot (b_3 + b_4) \cdot (c_3 + c_4).$$

The double chromosomes are constructed of single ones similar to the product of the co-multipliers, and therefore

$$G \cdot G' = [(a_1 + a_2)(b_1 + b_2)(c_1 + c_2)] \cdot [(a_3 + a_4)(b_3 + b_4)(c_3 + c_4)].$$

In placing a horizontal line above the two multiplied binomials the conjointness of each of the dual-letter symbols obtained as the result of multiplication received a final formula of progeny:

$$F = \overline{(a_1 + a_2)\,(a_3 + a_4)} \cdot \overline{(b_1 + b_2)\,(b_3 + b_4)} \cdot \overline{(c_1 + c_2)\,(c_3 + c_4)}.$$

This may easily be applied to any number n of chromosomes:

$$F = \overline{(a_1 + a_2)\,(a_3 + a_4)} \cdot \overline{(b_1 + b_2)\,(b_3 + b_4)} \cdot \ldots \cdot \overline{(m_1 + m_2)\,(m_3 + m_4)}.$$

In these symbols we will solve example No. 1 of Serebrovsky:

$$\begin{aligned}
D_1 &= \overline{AA\,BB} + 2\overline{Aa\,BB} + 2\overline{AA\,Bb} + 4\overline{Aa\,Bb},\\
D_2 &= \overline{aa\,BB} + 2\overline{aa\,Bb} + \overline{aa\,bb},\\
D_1 \rightarrow G_1 &= (A + A)\,(B + B) + 2\,(A + a)\,(B + B) +\\
&\quad + 2\,(A + A)\,(B + b) + 4\,(A + a)\,(B + b),\\
D_2 \rightarrow G_2 &= (a + a)\,(B + B) + 2\,(a + a)\,(B + b) + (a + a)\,(b + b),\\
F &= G_1 G_2 = [4AB + 4\,(A + a)\,B + 4A\,(B + b) +\\
&\quad + 4\,(A + a)\,(B + b)] \cdot [4aB + 4a\,(B + b) + 4ab] =\\
&= 16\,(4\,\overline{Aa\,BB} + 6\overline{Aa\,Bb} + 3\overline{aa\,BB} + 2\overline{Aa\,bb} + 2\overline{aa\,BB} + \overline{aa\,bb}.
\end{aligned}$$

Let us now consider the particular cases illustrating the general formula. We would preliminarily note that the designation of chromosomes, for instance, by a can be taken as indicating the presence here of the gene a in which we are interested and according to which we determine the chromosome. However, in addition to this, the chromosome posesses also other genes which are attached to the one in question and are therefore determined by the latter, i. e. in denoting a we thereby denote them all. If it is necessary for us to denote all the genes of the chromosome, we must signify them in our symbols as follows: $\overline{axyz\ldots}$ where the horizontal line indicates the conjointness of the genes and the non-applicability of the transpositional law of multiplication in their symbolism.

1. Accepting in the general formula that $n = 1$, i. e. in considering only a single chromosome in the nuclei, we derive: $F = (a_1 + a_2) \cdot (a_3 + a_4)$ — a monohybrid crossing. Applying a still further limitation, for instance allowing a number of genes investigated in the allelomorphic pairs to be identical with each other in the four typical chromosomes taken: $a_1 = a_2 = a_3$, then $f = (a_1 + a_1) \cdot (a_1 + a_4)$. Considering that $a_1 > a_4$, i. e. the domination of a_1 over a_4, we obtain in Mendelian denotations: $f = (A + A) \cdot (A + a)$. Presuming further, in F, $a_1 = a_5$, $a_2 = a_6$, etc., it is not difficult to discern in this rendering the mutation change of the gene and the creation of a series of allelomorphs. The same forms are obtained when we split the gene: $a_1 = a_5 + a_6$, etc. Let us take the reverse case: assuming that $a_1 + a_2 = a_3 a_3$, in F, we obtain: $f = a_3 a_3 a_3 + a_3 a_3 a_4$ or, in the generally accepted denomination for *Drosophila* $\overline{XXX} + \overline{XXY}$ — concatenation of chromosomes.

As an instance in the participation of two genes of chromosomes in the formation of progeny let us cross a red-eyed female *Drosophila* with a white-eyed male. According to our formula F we will obtain

$$f = \overline{(WX + \overline{WX})} \cdot \overline{(wX + 1 \cdot Y)} = (2\overline{WXwX} + WXY),$$

i. e. red-eyed male and female. It is of importance to note that the entries written regarding the zygotes obtained, consisting of one paired chromosome, should substantially differ from the zygotes of dihybrid crossing, where we have two separated, paired chromosomes (for instance $\overline{a_1 a_4} \cdot \overline{b_1 b_3}$), i. e. the sign of conjointness—the horizontal line undergoes a break during the transition from one paired chromosome to another.

II. In the general formula we assume that $n = 2$ and we derive:

$$F = (\overline{a_1 + a_2})(\overline{a_3 + a_4})(\overline{b_1 + b_2})(\overline{b_3 + b_4})$$

—dihybrid crossing. Assuming that we require to obtain a form of progeny under $a_1 = a_3 > a_2 = a_4 = b_4 = b_2 < b_1 = b_3$, where the sign of equation indicates the unity of genes in chromosomes of similar or differing pairs. By replacing a_1 by P, b_1 by R and a_2 by p we derive:

$$f = (P + p)(R + p)(P + p)(R + p),$$

i. e. the formula of heredity of combs in hens. Assuming that

$$a_1 = a_3 > b_1 = b_3 > b_4 = b_2 > a_4 = a_2,$$

we obtain epistas in white wyandottes and leghorns. Similarly we also obtain a formula for some case of cryptomeria.

III. In implying in the preceding formula under a and b not two distinct chromosomes but two parts of one chrômosome we derive the formula of crossing over of multi-hybrid crossings. The result of multiplication gives us all possible cases of structure of diploid chromosomes: from complete chromosomes, from complete and crossing over, from two crossings over. Despite the four symbols included in their denomination, these chromosomes will only be paired chromosomes of a multi-hybrid crossing, and we will therefore unite their symbol with one horizontal line, thus: $\overline{a_1 a_4 b_2 b_3}$ — the transpositional law of multiplication will not be applied to the symbols.

Assuming in the general formula that $n = 3$ parts of one and the same chromosome, we obtain a double crossing over etc. Based on the uniformity of the formulae it can be said that the crossing over chromosome is analogous with the pairing of gametes, i. e. in these cases we have crossing squared.

Hydro-Meteorological Survey
of Azovo-Chernomorsky Region.
Rostov/Don.

Received
16. IV. 1937.

REFERENCES

[1] Mendel, Experiments on Vegetative Hybrids (1935). [2] A. Serebrovski, C. R. Acad. Sci. URSS, II, No. 1 (1934). [3] W. Glivenko, C. R. Acad. Sci. URSS, IV, No. 8 (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

PLANT PHYSIOLOGY

THE TOXINS OF *FUSARIUM BUCHARICUM* JACZ. AND *FUSARIUM GRAMINEARUM* SCHW.

By S. MEDVEDEVA

(Communicated by A. A. Richter, Member of the Academy, 21. IV. 1937)

A large number of papers have been written on the question of the effect of the toxins produced by parasite fungi on plants, and attempts have been made to elucidate the chemical nature of these toxins. There are different opinions on the nature of the toxic agent. Some investigators, as Brown (2) and White (6), believe that the toxically acting substances are of the nature of ferments and are therefore thermolabile. Others are inclined to regard the toxins as simple chemical compounds. On the basis of their work on the toxins of the *Fusarium*, causing the wilting of some plants, Schaffnit and Lüdtke (5) have come to the conclusion that the amines are the toxic agent producing wilting.

Elpidina (7) is of the opinion that ammonia is the active agent of the toxin.

In his work on the toxins of rust, Grečušnikov (3) suggests that the causative agent in the toxin consists of ammonia and urea.

We thus see that the data on this question in the literature are very contradictory and do not permit of a definitive conclusion.

In our work we have studied the toxins of *Fusarium bucharicum* and *Fusarium graminearum*.

Fusarium was cultivated on a modified Richard medium: 8.65 g of peptone, 5 g of KH_2PO_4, 2.5 g of $MgSO_4$, 20 mg of Fe_2Cl_6, 50 g of cane sugar, 1000 cm³ of distilled water. *Fusarium* was cultivated for two months on this medium. According to Schaffnit and others, this period of time is quite sufficient for a maximum discharge of toxins into the medium. At the end of the two months, the solution was filtered and then subjected to a chemical analysis.

Determinations were made of the ammonia and urea contained in the solution. Free ammonia was determined by distilling the liquid, alkalized with CaO, in vacuo into titrated H_2SO_4. The analysis showed the presence of a considerable amount of ammonia in the medium.

100 cm³ of the medium on which *Fus. graminearum* had been cultivated prior to filtration contained 19.73 mg of NH_3.

100 cm³ of the medium inoculated with *Fus. bucharicum* contained 21.74 mg of NH_3.

Urea was determined after the ammonia, after hydrolysis with urease. 100 cm³ of the medium on which *Fus. graminearum* had been grown, yielded 8.4 mg of urea, and 100 cm³ of the medium inoculated with *Fus. bucharicum* gave 8.90 mg of urea.

Besides determinations of the ammonia and urea in the filtrate, determinations were also made of organic acids. The results were negative. No acids were found in the medium.

Our data on the presence of acids in the medium and of their participation in the formation of the toxic agent thus disagree with the data of White's, who studied the action of various organic acids on plants and came to the conclusion that these acids seem to constitute the active toxic agent causing the wilting of plants.

The fact that no organic acids were found by us in the filtrates shows that these acids have no part in the formation of the active toxic agent and that it is impossible to agree with White, who attaches such a great importance to organic acids.

As for the hydrogen ion concentration in the filtrate, which, as some authors suggest, plays a certain rôle in the wilting of plants, determinations have shown that, under the influence of the developing fungus, the acid reaction of the medium shifts in the alkaline direction.

pH of the sterile control Richard solution was 5.27; after a two-month growth in it of *Fus. bucharicum*, it was 6.97, and after that of *Fus. graminearum*, 6.48. This phenomenon has been recorded by many authors and shows that the *Fusarium* possesses no or only very little acid-forming power. The ratio $\frac{\text{ammonia}}{\text{organic acid}}$ has not been as yet investigated by anyone for the *Fusarium*, the data so far available showing these fungi to possess high ammonifying powers and to be highly resistant to alkaline reactions.

The liquids were tested for their toxicity by different methods, viz. Schaffnit's wilting method, introduced by Brandes (1) in 1919, the method of seed germination and that of determining the changes in the permeability of the plasma by means of an interferometer. The experiments were conducted with tomatoes, which were cut under water and then placed in the solutions to be tested. The sterile Richard solution was the control. For the purpose of obtaining a more definite answer to the question of whether ferments are the active agents in the toxins, we subjected part of the solutions in the wilting experiments to boiling, thus inactivating the ferments. We then compared the state of the plants in the boiled and unboiled solutions.

Believing that high concentration of the solution and, consequently, high osmotic pressure might also possibly be one of the factors causing the wilting of plants, as has been pointed out by White, we used solutions of different concentrations, viz. 100, 50, 20 and 10%. The osmotic pressure of the sterile solution was 4.838 atm.; after two-month culture of *Fusarium bucharicum* it was 3.0016 atm*. The results of the experiments are shown in Table 1.

On comparing the state of the plants in the sterile solutions (controls) and in the filtrates, we see that in the former the plant does not lose its turgor and remains normal for 24 hours (with the exception of 100% solution), while in the filtrates there occurs a very rapid wilting, viz. in 5 hours. Here the toxicity of the filtrate manifests itself very clearly.

---

* Osmotic pressure was determined by the cryoscopic method.

Table 1

Solutions	State of plant in 1 hour's time	State of plant in 2 hour's time	State of plant in 5 hour's time
Richard's sterile medium, 100%	Plant normal	Lower leaves beginning to curl and wilt	Lower leaves clearly wilted; upper leaves strongly curled
Richard's sterile medium, 50%	» »	Plant normal	Slight curling of lower leaves
Richard's sterile medium, 20%	» »	» »	Plant normal
Richard's sterile medium, 10%	» »	» »	» »
Unboiled filtrate *(Fusarium bucharicum)*, 100%	Lower leaves beginning to wilt	Lower leaves clearly wilted; upper ones curling	Complete wilting of the plant
Unboiled filtrate *(Fusarium bucharicum)*, 50%	Lower leaves beginning to wilt	Lower leaves wilted	Complete wilting of the plant
Unboiled filtrate *(Fusarium bucharicum)*, 20%	Plant normal	Lower leaves wilting	Lower leaves clearly wilted; upper ones curling
Unboiled filtrate *(Fusarium bucharicum)*, 10%	» »	Lower leaves curling	Lower leaves clearly wilted; upper ones curling
Boiled filtrate *(Fusarium bucharicum)*, 100%	Lower leaves beginning to wilt	Strong wilting of lower leaves; curling of upper ones	Plant clearly wilted
Boiled filtrate *(Fusarium bucharicum)*, 50%	Lower leaves beginning to wilt	Strong wilting of lower leaves; curling of upper ones	» » »
Boiled filtrate *(Fusarium bucharicum)*, 20%	Plant normal	Wilting of lower leaves commences	Lower leaves wilted; upper ones normal
Boiled filtrate *(Fusarium bucharicum)*, 10%	» »	Plant normal	Wilting of lower leaves
Unboiled filtrate *(Fusarium graminearum)*, 100%	Lower leaves wilting	Lower leaves clearly wilted; upper leaves beginning to wilt	Complete wilting of the plant
Unboiled filtrate *(Fusarium graminearum)*, 50%	Plant normal	Lower leaves considerably wilted; upper leaves beginning to wilt	Complete wilting of the plant
Unboiled filtrate *(Fusarium graminearum)*, 20%	» »	Lower leaves considerably wilted; upper leaves beginning to wilt	Lower leaves clearly wilted, upper ones beginning to wilt
Unboiled filtrate *(Fusarium graminearum)*, 10%	» »	Curling of lower leaves	Lower leaves clearly wilted, upper ones beginning to wilt

Solutions	State of plant in 1 hour's time	State of plant in 2 hour's time	State of plant in 5 hour's time
Boiled filtrate *(Fusarium graminearum)*, 100%	Lower leaves beginning to wilt	Lower leaves clearly wilted; upper ones beginning to wilt	Manifest wilting of the plant
Boiled filtrate *(Fusarium graminearum)*, 50%	Lower leaves beginning to wilt	Lower leaves clearly wilted; upper ones beginning to wilt	Manifest wilting of the plant
Boiled filtrate *(Fusarium graminearum)*, 20%	Lower leaves beginning to wilt	Lower leaves wilted; upper ones normal	Upper leaves beginning to wilt
Boiled filtrate *(Fusarium graminearum)*, 10%	Plant normal	Lower leaves beginning to wilt	Lower leaves clearly wilted; upper ones normal

The results obtained show that the plants wilt in a similar way both in unboiled and boiled filtrates (in which the ferments were inactivated). Thus the suggestion of some authors to the effect that the toxins of wilting are of the nature of ferments is not borne out by our experiments, as the filtrate did not lose its toxic properties after boiling.

In 100% sterile solutions wilting set in very rapidly, while in diluted solutions the plants remained normal. This would seem to indicate that, in this case, the high concentration of the solution is the cause of wilting.

The second experiment consisted in the germination of mustard and wheat seeds. The seeds were treated for 15 minutes with a 0.05% corrosive sublimate solution and then placed for germination in Petri dishes on glass rods. The boiled and unboiled solutions under test were then poured into the dishes. The Petri dishes were sterilized for 2 hours at 100° C. The results are shown in Table 2.

Table 2

Solutions	Seeds	Date of planting 1936	Number of seeds planted	Number of seeds germinated on 2nd day	Number of seeds germinated on 4th day	Number of seeds germinated on 5th day	Total number of seeds germinated
Sterile medium	Mustard . .	14 III	11	6	7	8	8
	Wheat . .	26 III	11	6	8	9	9
Unboiled medium after *Fusarium graminearum*	Mustard . .	14 III	14	7	10	11	11
	Wheat . .	26 III	11	9	9	10	10
Boiled medium after *Fusarium graminearum*	Mustard . .	14 III	17	8	9	11	11
	Wheat . .	26 III	14	9	10	10	10
Unboiled medium after *Fusarium bucharicum*	Mustard . .	14 III	14	5	7	8	8
	Wheat . .	26 III	11	7	7	8	8
Boiled medium after *Fusarium bucharicum*	Mustard . .	14 III	17	6	8	9	9
	Wheat . .	26 III	13	8	8	9	9

The results of the experiments show that the media do not retard the germination of the seeds. The percentage of germinated seeds and the rate of germination are the same in the control solution and in the filtrates of the medium.

These experiments justify the conclusion that the method of seed germination cannot serve as a reliable criterion for the determination of the toxicity of the different solutions. The third method applied by us for testing the solutions consisted in measuring the changes in the permeability of the plasma interferometrically. Potato tubers were chosen for the experiment. The tubers were cut up, and pieces of the parenchyme were placed into corresponding solutions. The weight of each potato piece was 10 g; the volume of liquid, 10 cm^3; centrifuged for 6 minutes.

Table 3 shows the results of these tests.

Table 3

Solutions	Mean interferometer reading (before immersion potato)	Mean interferometer reading (after centrifuging)	Difference
Sterile medium	0.144	0.208	0.064
Unboiled medium *(Fus. graminearum)* . . .	0.768	0.992	0.224
Boiled medium *(Fus. graminearum)*	0.672	0.736	0.062

A comparison of the interferometer readings in all the three cases shows that the permeability markedly rises in the unboiled medium, while no changes are to be noted in the boiled medium. It is difficult to account for the last phenomenon. It may be due to the presence of volatile substances in the filtrate, though no toxic aldehydes have been found by us.

Thus, of the three methods for determining the toxins of wilting in solutions in which *Fusarium* had been cultivated, the method of wilting and that of measuring the changes in the permeability of the plasma were found to be the most reliable.

The presence of a considerable amount of ammonia in the filtrates, the thermostability of the toxic substances, as well as the absence of aldehydes and organic acids, seems to confirm, to a certain extent, A. A. Richter's hypothesis of the thermostability of the toxic agent (4), a hypothesis confirmed likewise by Elpidina and Grečušnikov, who have shown that the active agent of the toxins is ammonia.

Chair of Lower Plants.
Moscow University.
Institute of Plant Physiology.
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
21.IV.1937.

REFERENCES

[1] Brandes, Phytopathology, **9** (1919) [2] Brown, Ann. of Bot., **29** (1915). [3] Grečušnikov, C. R. Acad. Sci. URSS, II, 8 (1936). [4] А. А. Рихтер и Гречушников, Журн. оп. агр. ю.-в., VII, 2 (1929). [5] Schaffnit u. Lüdtke, Ber. d. Deutsch. Bot. Gesel. (1932). [6] White, Journ. of Agricultural Research, **34**, 3 (1927). [7] Elpidina, C. R. Acad. Sci. URSS, III, 8 (1935).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

PLANT PHYSIOLOGY

DEPENDENCY OF PHOTOPERIODIC REACTIONS OF PLANTS ON THE SPECTRAL COMPOSITION OF LIGHT

By V. M. KATUNSKIJ

(Communicated by A. A. Richter, Member of the Academy, 27.IV.1937)

Many works exist dealing with the problems of the significance of the spectral composition of light in the development of reproductive organs and photoperiodic reactions of plants in particular. All these works, however, mainly bear an empiric character and in no manner approach the possibilities of determination of any general conformance whatever. Moreover, the data set forth in these works and, particularly, the conclusions drawn therefrom are highly contradictory.

Popp (1) for instance, in 1926, found that the exclusion of the blue-violet section of the spectrum retards flowering in a number of plants (tobacco, buckwheat, sunflower, tomato and others). Wollny (2), on the contrary, in 1894 and Klebs (3) in 1918 maintained that incipient flowering did not form under blue rays and that red rays are essential for their formation.

Razumov (4), in his extremely detailed work arrives at the following conclusion: «during the reproductive process in both the long day and the short day plant, the long-wave rays, mainly red, are absorbed as light. The short-wave rays, such as green, blue and violet, both individually and in combined form reflect on the process of reproduction as darkness». Contrary to this, Withrow and Biebel (5) have succeeded in obtaining a pronounced acceleration of flowering in long day plants (aster and sunflower) with the aid of additional, to the short day, blue light illumination.

The majority of authors who have studied the problem of significance of the spectral composition of light in regard to its formative influence on plants based their work on the conception of the existence of a specific influence yielded on the development of plants by sections of the spectrum, certain authors pointing to these at the short-wave rays (Sacks, Smith, Popp and others), whilst others indicated the long-waves (Klebs, Oden, Rodenburg, Razumov, Withrow and Biebel and others).

In evolving their respective theoretical premises regarding the presence of a specific influence of sections of the spectrum in studying the influence of the «qualitative composition» of light on the development of the plant, the majority of authors did not provide their experimental work with any exact qualitative consideration of the radial energy. Most of the authors worked with light of dubious monochromatic properties, and, what is most essential, with extremely little attention to the significance of the tension of monochromatic illumination.

The present work was undertaken with the object of checking to what actual extent individual sections of the spectrum of visible light differ in their photoperiodic influence under conditions of energetic equivalency

and sufficient importance being attached to the tension of monochromatic illumination.

For this purpose experiments were conducted on the influence of additional monochromatic illumination on the photoperiodic reaction of short and long day plants. The following scheme was selected for the tests: all the test variants, including the controls, received as a basic illuminative background 12 hours of illumination by an incandescent electric lamp of $189 \cdot 10^3$ ergs per 1 sec. per 1 cm^2. All the test variants (excepting the controls) received an additional 6 hours of monochromatic illumination of 365—$375 \cdot 10^2$ ergs per 1 sec. per 1 cm^2.

Monochromatic light was obtained with the aid of the following liquid light-filters:

1. Red—*K* 62 (630—750 mμ).
2. Orange-Yellow—*M* 58 (540—650 mμ).
3. Green—*M* 53 (500—560 mμ).
4. Blue—*M* 44 (380—500 mμ).

Incandescent electric lamps also served as the source of light for monochromatic illumination.

Tests were conducted in artificial climate chambers (luminostats) by the vegetative method under a sixfold repetition. A constant temperature was maintained throughout the test period, both day and night, 23—25° C.

The following plants were utilised for the tests:

a) Short day group—Millet (Afghan), Millet (Tulun), Hemp (Milan), Soya (Harbinskaja).

b) Long day group—Beans (Zolotaya gora), Beans (Triumph), Peas (Bismark), Peas (Alaska).

Dependency of Photoperiodic Reaction of Plants on the Spectral Composition of Light

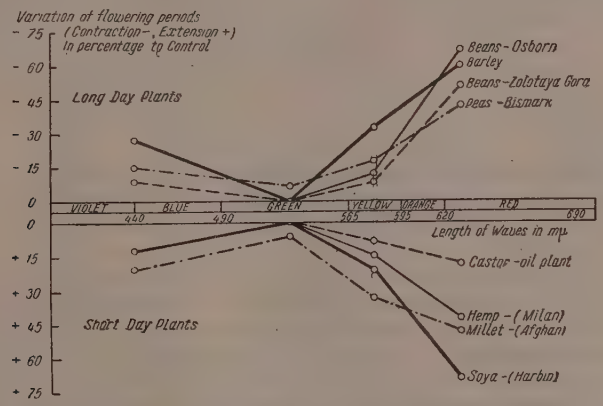
Spectral composition of additional light (6^h)	Total weight of dry subst. per plant in g	Height of plant in cm	Number of leaves	Number of days elapsed before flowering
	Beans Zolotaya gora			
Red *K* 62 (630—750 mμ)	3.5	24.1	15	27
Orange-yellow *M* 58 (540—650 mμ)	3.0	19.9	13	48
Green *M* 53 (500—560 mμ)	1.3	13.1	8	53
Blue *M* 44 (380—500 mμ)	3.3	15.7	13	48
Short day control 12^h	1.2	13.2	7	53
	Soya (Harbinskaja)			
Red *K* 62 (630—750 mμ)	3.8	42.1	10	72
Orange-yellow *M* 58 (540—650 mμ)	3.1	37.2	11	57
Green *M* 53 (500—560 mμ)	2.5	35.0	12	29
Blue *M* 44 (380—500 mμ)	3.3	28.5	15	63
Short day control 12^h	2.7	35.8	11	29

The results of the test are set forth in graphic form on the figure and on the table which indicates the dependency of the period of flowering of the short and long day plants on the spectral composition of additional illumination.

In studying the above data it is evident that the maximum photoperiodic

effect (acceleration of flowering in the long day plants and, on the contrary, retardation of flowering in the short day plants) is yielded by the red rays.

The minimum or zero-effect is yielded by the green rays. Blue light in the majority of test plants resulted in a distinct photoperiodic effect, completely analogical with that caused by red light, but in a less intensive degree than the latter. It is thus evident that the difference in the effect of blue and red rays in respect of photoperiodic reaction is purely of a quantitative nature. Orange-yellow rays showed a substantial photoperiodic effect, approaching, in intensity of the resultant reaction, to that of the most active, red rays.



It is important to note that in comparison with the controls (short day), the blue rays, in our experiments showed no retarding action whatever on flowering.

The parallelism in the formative influence of red and blue light may also be traced in the data tabulated on the figure and in the table. Heretoo, will be seen a divergency in the main of a quantitative nature.

In accepting the fact that the photoperiodic influence of light from various sections of the spectrum differ, in the main, only quantitatively, one cannot overlook the striking similarity displayed between the photosynthesis and the photoperiodic reaction in their dependency on the spectral composition of light. Indeed, the relative effectivity of the influence of individual sections of the spectrum both for photosynthesis and for photoperiodic reaction is primarily determined by the degree of absorption of their light (definite colouring) by the green leaves of the plant. In our experiments the photoperiodic influence of light of various compositions of the spectrum displayed an obvious dependency on the optical properties of the leaf and well correlates with spectra of chlorophyll absorption.

The maximum photoperiodic effect is caused by those sections of the spectrum on which are the main lines of absorption of the chlorophyll spectrum.

It is characteristic, that like photosynthesis, the influence of blue light is not in complete proportion to its absorption and it is always less than for equivalent quantities of energy (absorbed) of red light. This dependency, which we have determined, of the photoperiodic influence of light of varying spectral compositions on the optical properties of the green leaf are of utmost interest from the viewpoint of recent works devoted to the problem of the organs of photoperiodic absorption.

Čailachjan (6), Moškov (7) and Ljubimenko (8) have established that the organs of photoperiodic absorption are the green leaves and therefore, obviously, that the optical properties of the latter must play a large part in the mechanics of the photoperiodic reaction.

Of equally great interest is the work of Melnikov (9) in which the author has succeeded in discovering a remarkable relation of the most intimate processes of development of the vegetative organism (implantation of germinative ear) with the formation and presence of green pigment plant-chlorophyll in the embryonal cells of the growing points of cereals.

Various data has thus now been accumulated and which gives rise to the conception that the part played by chlorophyll, that composition most interesting of all organic substances, is by a long stretch not confined to its participation in the process of photosynthesis but also extends to the sphere of properties of the individual development of the vegetative organism.

Plant physiology has to-day advanced another step further towards the perception of the unity of processes in the synthesis of organic substances, metabolism and the manifestation of anthogenesis of the vegetative organism.

The experimental data set forth in this work allow the following conclusions to be drawn:

1. The photoperiodic effect is stipulated by all sections of the spectrum of visible light (from 290 to 800 mm), but in a varying degree; namely, the greatest effect is caused by the red rays, the blue ones exerce their influence to a far lesser extent and finally only an insignificant reaction results from green rays.

An intermediate position is occupied by yellow-orange light, between that of the red and blue rays, in respect of intensity of resultant photoperiodic effect caused (approaching closer to the former).

2. The comparative effectiveness of the photoperiodic effect of varying wave length sections of the spectrum is directly dependent on the degree of their absorption by the green leaf of the plant.

The maximum photoperiodic effect in the red and blue light correspond to the main (characteristic) lines of absorption in the spectrum of the green leaf which are located exactly on those parts of the spectrum of visible light.

The minimum photoperiodic effect is on the green section of the spectrum, least absorbed by the green leaf.

3. All that has been set forth above is equally applicable to both long and short day plants as no specific discrepancies in regard to their behaviour toward the coloration of different sections of the spectral composition were established in these groups.

It may be noted that the southern forms of both long and short day plants were found to be comparatively more sensitive to blue light than those of northern origin (this has been previously remarked upon by Razumov).

Institute of Plant Physiology.
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
27.IV.1937.

REFERENCES

[1] H. Popp, Amer. Journ. Bot., **13**, 706 (1926); Bot. Gaz., **82**, 306 (1926). [2] Wollny, Forschungen auf d. Gebiete Agrikulturphysik, XVII, 317 (1894). [3] G. Klebs, Flora, **111/112**, 128 (1918). [4] В. И. Разумов, Тр. по прикл. бот., ген. и сел., серия III, № 3 (1933). [5] Withrow a. Biebel, Plant Physiology, **11**, 4 (1936). [6] M. Ch. Čailachjan, C. R. Acad. Sci. URSS, III, № 2, 9 (1936). [7] Мошков, Соц. растениеводство, **17** (1936). [8] V. N. Ljubimenko, C. R. Acad. Sci. URSS, XIV, № 3 (1937). [9] Мельников, Соц. растениеводство, 17 (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

ZOOLOGY

A CONTRIBUTION TO THE EXPERIMENTAL STUDY OF THE NUTRITION OF BLACK SEA FISHES

By L. V. ARNOLDI and K. R. FORTUNATOVA

(Communicated by S. A. Zernov, Member of the Academy, 7. IV. 1937)

Up to most recent years the experimental study of the nutrition of fishes had been confined to sporadic, desultory attempts. During the last five years, however, more and more attention has been paid to this problem, which is of great importance to fisheries. At the time of writing, a number of laboratories are carrying on experimental quantitative studies of the nutrition of fishes and of its physiology. The All-Union Scientific Research Institute of Fisheries and Oceanography and the Sebastopol Biological Station of the Academy of Sciences are, however, the only institutions that have made the nutrition of marine fishes an object of special research.

Amongst the works published on the experimental and quantitative investigations of the nutrition of fishes we shall mention that of Dawis (1) on the nutrition of *Pleuronectes platessa*, and that of Bokova and Karpevič (2) on the rate of digestion in *Pleuronectes flesus*, *Gadus callarias*, *Gadus virens*, and *Cottus scorpius*. The literature on the nutrition of fresh water fishes is more extensive.

As restricted, purely physiological investigations are insufficient for the estimation of the natural food balance of fishes in nature and as the results of such investigations are difficult to correlate with the problems of productivity, we decided on commencing our work to limit ourselves to a study of the quantitative aspect of the process only and to resort to physiology in cases demanding special elucidation.

The purpose of our study was to determine the daily rations, the rate of digestion of the food, the coefficient of assimilation of the food, and the food values.

In 1935—1936 the experiments were carried out in aquariums supplied with running water. The water was supplied to the aquariums direct from Sevastopol Bay, so the environmental conditions of existence of the experimental species as regards temperature and gas regime were close to natural conditions, differing only during the hottest season of the year by the somewhat lower oxygen content and higher content of organic decomposition products. The fishes were kept singly. The observations of 1935—1936 were made on carnivorous fishes belonging to the type of lying-in wait preda-

cious fishes*: *Gobiidae (G. batrachocephalus, G. cephalarges*, and *Zostericola ophiocephalus)* and *Scorpaena porcus*; on active, carnivorous groundfishes—*Motella tricirviata*; and on fishes not associated directly with the bottom, but actively searching for and pursuing their prey, the *Corvina nigra* and *Crenilabrus pavo***. The total number of fishes observed was 35. The above choice of experimental fishes was mainly determined by the capacity of these species to stand life in aquariums. The fishes were fed on their natural food: pre-eminently shrimps, fish, and *Polychaeta*. Only live specimens were used as food. The food was rationed out and weighed with an accuracy of 0.01 g. The fishes were fed daily and always to complete satiation, with as accurate a record as possible of the time of feeding. The method of evaluating the results of the feeding, the digestion and the change in weight of the fishes, consisted in recording the time of discharge of the excrements, which were carefully collected and dried to a constant weight, and then weighed. The experimental fishes were weighed once a decade in a special, tared vessel.

As, owing to technical conditions, the work could not be carried on during the hottest period of the year, the experiments fall into two series: the spring (May-June) and the autumn-winter (August-March) series. These two series of experiments gave, rather widely varying modifications in weight, intensity of nutrition, and behaviour of the fish. This may be due to the influence of seasonal physiological changes in the organism of the fish and, in some species, to the development of gonads. The fishes, as a rule, on being placed under experimental conditions, at first refuse to take food and lose weight. This «initial» loss of weight is especially marked in the short spring series of experiments. Owing to such a considerable loss in weight and to the short duration of the experiment the majority of the fishes did not succeed in making good the loss before the end of the experiment. In autumn, the «initial» loss of weight is insignificant, and the weight curve shows a great rise for the majority of the fishes before the onset of the winter cold, falling noticeably in the beginning of winter. The cold season (from the end of December till March) with the temperature of the water at 10° C and less is characterized by a stabilization in the weight of the fishes. Towards the end of March (pre-vernal period), a new rise of the weight-curve begins. Such are the general dynamics of the change in weight according to observations of 1935—1936. The results obtained, and the indirect evidence as to other fish species, justify the representation of the general annual variation in weight as an undulating curve, with each subsequent crest and trough of the curve being higher than the preceding crest or trough respectively.

The steadiest mean increase in weight was shown by the species belonging to the group of ambuscading predacious fishes: *Scorpaena porcus, Gobius cephalarges, Zostericola ophiocephalus* (105—135% of the initial weight*** for the period August—December). The *Corvina nigra* gave a very miscellaneous picture, with fluctuations, ranging from an almost complete absence of increase to an excellent increase (138%), depending on individual peculiarities. The minimum increase in weight was shown by the *Crenilabrus pavo* 104—108% (Graph 1). The change in weight of the fishes depends on a number of factors, the most important of which is the intensity of nutri-

---

* The terminology used here will be defined by us in a special paper.

** In 1936—1937 the experimental study of the nutrition of fishes was continued on a larger scale.

*** What these values represent is not the percentage of increase, but the ultimate weight of the fish expressed as a percentage of the initial weight.

tion, i. e. the quantity of food taken at each feeding, the interval of time between the feeding, and the assimilation of food. The mean daily consumption of food during the interval between two consecutive weighings, expressed as a percentage of the weight of the fish, is termed by us the diurnal food coefficient (CK). It is equivalent to Scholtz's «NG» (Nahrungsgefressung) (6).

The general trend cycle of changes of CK and of the length of the intervals, and, through them, of the weight, are closely connected with changes in temperature. The optimum temperature at which CK attains its maximum is 18—22°. The lower critical temperature limit is 10°for the majority of species, at this temperature, these species pass to a minimum ration, which does not fully compensate the expenditure of energy, and therefore involving a loss of weight. Although changes in CK run parallel with the changes in temperature, the most marked changes, however, in the values of CK are mainly associated with the changes in the trend of the temperature curve, from positive to negative and vice versa, or even with only a temporary cessation of changes. The magnitude of the changes in CK is, however, not proportional to the temperature gradient. CK is besides controlled by certain internal, seasonal, physiological stimuli in the organism of the fish. The mean values of CK during the period of intense nutrition, from September to October, are 2.5 in *Corvina nigra*, 1.5 in *Crenilabrus pavo*, 1.7 in large and 3.0 in small *Scorpaena porcus*, and 3.0 in *Gobius cephalarges*.

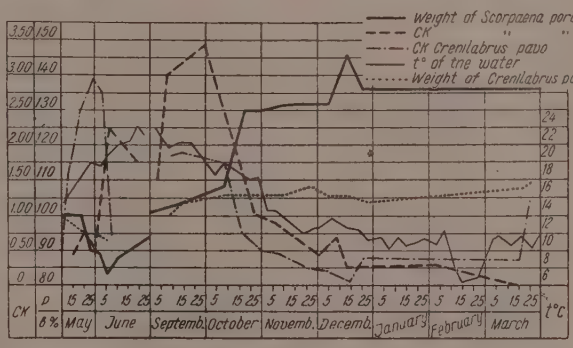


Fig. 1. Changes of the water $t°$, changes in weight and CK by *Scorpaena porcus* and *Crenilabrus pavo*

During the winter period of stabilized weight, the fishes used in the experiment pass to a «maintenance» CK, i. e., to such a one at which their weight remains constant. The value of the maintenance CK ranges in this period, in the different species, from 0.4 to 0.7 on an average.

As has already been stated above, the fishes were fed daily. With the decrease in temperature, however, they began to refuse more and more often to take their daily meals, and in the immobile ambuscading predacious fishes, the *Scorpaena* and *Gobiidae*, the intervals between consecutive feeding being as long as 20—25 days. As in the cold season the succeeding takings of food occur in the majority of fishes only on the complete evacuation of the intestines, the intervals between them therefore depend primarily on the rate of digestion (Graph 2).

Under the rate of digestion we understand in this case the time necessary for the passage of all the food through the alimentary tract: first, till the beginning of excretion; and, secondly, till the full evacuation of the intestines. The rate of digestion closely depends on the temperature, increasing four times and more within the range of 9 to 24° C. At 18—20° C. the optimum temperature for CK values, we have the following duration

of digestion: in *Scorpaena porcus* the beginning of evacuation in 40 hours and its termination in 66 hours after feeding; in *Gobiidae*—18 and 44 hours respectively; in *Corvina nigra*—13 and 23 hours respectively; in *Crenilabrus pavo*—10 and 14 hours respectively. At winter temperatures, the time of digestion increases considerably. The correlation between the rate of digestion and the temperature agrees on the whole with van't Hoff's law, as shown by Scheuring (5), Hathaway (4), Karzinkin (3), and others.

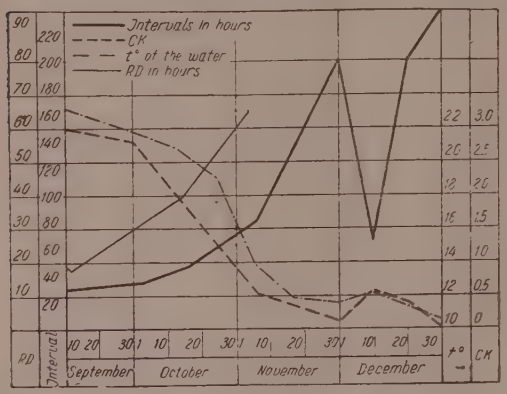


Fig. 2. Dependence between the water t° and the values of CK, the rate of digestion and the intervals by *Scorpaena porcut.*

The values of assimilation obtained in the experiment show almost complete uniformity for all the species observed. The fluctuations in mean values do not usually exceed 3—4%. It is nevertheless possible to note that the best assimilation of food is shown by the ambuscading passive predaceous fishes, the *Scorpaena* and *Gobiidae*, in which the average coefficient is 83—84%. The lowest assimilation of 81.0% was shown by the *Crenilabrus pavo*. A change in the value of assimilation with the temperature was observed in the *Gobius cephalarges*, falling from 88—89% at 19° C to 74—75% at 12°.

The determination of the food value coefficient (KK) was one of the fundamental objects of our investigation, serving as a connecting link between the problems of production and consumption. The lowest KK, i. e. the most efficient assimilation of food, was shown by the ambuscading predacious fishes, the *Scorpaena* and *Gobiidae*, in which KK was 4.6—5.5 for the whole period of the experiment. Individual variations of KK in the *Scorpaena*, which had furnished the fullest data, do not exceed unity. The highest KK was recorded in the *Crenilabrus pavo*, namely 14.5—23.5, with an average value of 20 for the entire period of the experiment. The data obtained fully agree with biological type of the fish. In view of considerable variations in KK in the majority of fish species in different seasons a complete annual cycle of observations is needed for the determination of a reliable mean annual KK.

In conclusion we must note that the scope of the experiments of 1935—1936 was not wide enough and that the exceptional meteorological conditions of that year had possibly affected the results obtained. Nor should it be forgotten that experimental data, even obtained under good conditions, nevertheless require checking in natural environment. Only by a comparison of the data obtained in nature with those of experiments, is it possible to arrive at a correct understanding of the problem under investigation.

Biological Station of the Academy
of Sciences of the USSR.
Sebastopol.

Received
7.IV.1937.

REFERENCES

[1] Dawis, Journ. of the Marine Biol. Ass., XVII, № 1, 3. [2] А. Ф. Карпевич и Е. Н. Бокова, Зоологич. жур., XV (1936). [3] Г. А. Карзинкин, Тр. Лимн. ст. в Косине, вып. 15 (1932). [4] Hathaway, Ecology, No. 8 (1928). [5] Scheuring, ZS. f. Fisch., XXVI, H. 2 (1928). [6] Scholz, ZS. f. Fisch., XXX, H. 4 (1932).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

ZOOLOGY

ON THE DISTRIBUTION OF SOME FISHES AND OF *IDOTHEA ALGIRICA* LUCAS IN THE EASTERN PART OF THE BLACK SEA

By S. E. KLEINENBERG

(Communicated by S. A. Zernov, Member of the Academy, 7. IV. 1937)

In 1933—1934 a complex expedition was sent to the Black Sea by the Union Scientific and Research Institute of Fisheries and Oceanography for the purpose of studying the annual biological cycle of *Delphinus delphis* L.

One of the problems of that expedition was the investigation of the nutrition of that species of dolphin, the work being entrusted to the writer of this paper. Now that this problem has received a fair amount of attention (1), we can consider it as proved that there are some quite definite seasonal changes in the food of the dolphin, which appear to be due to the distribution and migrations of the species it feeds on.

The analysis of the food of *Delphinus delphis* L. has, therefore, enabled us to make some statements concerning the distribution of its food*.

There are hardly any data on this subject in literature. The only species more or less studied in this respect is the anchovy (*Engraulis encrasicholus* L.), namely the Azov anchovy.

The works of Danilevsky (2), Borodin (3), and Alexandrov (4) give a quite definite picture in this respect: the Azov anchovy on leaving the Sea of Azov in autumn moves to the shores of the Crimea and the Caucasus and reaches the coasts of Anatolia where it winters. In spring it returns to the Sea of Azov.

The anchovy is the main, and, in some areas, the only food of the *Delphinus delphis* in winter and spring. In summer and autumn, the dolphin's food is more varied. The coincidence in the dates of the seasonal changes in the food of the dolphin and in the dates of the migrations of the Azov anchovy is in itself sufficient to justify certain conclusions as the distribu-

---

* During our study of the food of the dolphin more than 10 000 stomachs were examined. This quantity was distributed among the following localities: over 5300 in Yalta, over 3800 in Novorossijsk, 850 at Novyi Afon, and over 500 in Batumi.

To determine the importance of the various species in the food of the dolphin the following values were ascertained: 1) the quantitative relationship of the different fish species discovered in the stomachs of dolphins during a dofinite period of time; 2) the mean quantity of each species per stomach; 3) the number of stomachs containing each of the species.

These data form the basis of this communication.

tion of the food fishes of the dolphin, leaving altogether out of account the second part of the question.

In 1933 the anchovies first appeared in the region of Novorossijsk, in the first half of October. In the latter half of that month great numbers of that tiny fish appeared to have accumulated in those waters. Later, however, during the winter and spring months of 1934, larger masses of this fish concentrated off the southern shores of the Crimea, namely in the regions of Yalta and Sudak. The impression is thus created that the first shoals of anchovies, on leaving the Sea of Azov, headed for the coasts of the Caucasus, while the remaining mass of this fish did not leave the Sea of Azov until later and wintered off the southern shore of the Crimea.

During the winter and spring months of 1933—1934 anchovies appear to have been in great abundance off the coast of South Caucasus. Their numbers began to diminish off the shores of Abkhasia in the second half of March and reached its minimum in the first half of April. In the region of Adzharistan the concentration of the anchovy decreased in the first half of April and attained its minimum in May. We therefore have the impression that the anchovy left the shores of Abkhasia at least two weeks earlier than those of Adzharistan.

It is interesting to note that off Novorossijsk, where the quantity of anchovies during the winter of 1933—1934 had been insignificant, there was a marked increase in their numbers in the first and second half of April, i. e., just after the time when they had left the shores of South Caucasus.

This permits us to assume that it was the Azov anchovy that had concentrated off the shores of Abkhasia and Adzharistan in the winter and spring of 1933—1934, that, with the coming of spring, it migrated northwards into the Sea of Azov travelling along the coast of the Caucasus.

We thus obtain the following scheme of migration of the Azov anchovy in 1933—1934: the first shoals of that fish left the Sea of Azov in the beginning of October and headed southwards along the coast of the Caucasus. The main mass of anchovies appears to have wintered off the shores of South Caucasus, whence it migrated northwards (in the end of March, beginning of April) following the coast back into the Sea of Azov. The other part of the Azov anchovy which did not leave the Sea of Azov until later, evidently headed for the south shores of the Crimea, where it wintered till the beginning of May.

In 1933 there was in the regions of Yalta and Novorossijsk a marked rise in the quantity of anchovies found in dolphin stomachs in the latter half of July. The same occurred again off Yalta in the latter half of July and partly in the first half of August 1934. This shows that there evidently occurs here at this time a concentration of the East Black Sea race of the anchovy, which is rather sparse here during the whole of summer.

An analysis of literature on the nutrition of the dolphin justifies the conclusion that the sprat, *Spratella sprattus phalerica* Risso, lives almost the whole year round in the Yalta region and off the shores of North Caucasus, though in the coastal waters it occurs in insignificant numbers and sparsely. But in the open sea this fish appears to live in greater numbers and to be more concentrated.

It is noteworthy that according to our materials the congregation of the sprat in the regions of Yalta and Novorossijsk became more dense in the second half of July, both in 1933 and 1934. It may be assumed that such simultaneous concentrations both of the sprat and the East Black Sea race of anchovy are due to some common ecological factors.

The data on the food of the dolphin afford clear evidence of the seasonal distribution of the red mullet (*Mullus barbatus* L.) off coasts of the North Caucasus. This fish appears here only in autumn and seems to be absent during the rest of the year. Thus in 1933 the red mullet appeared off Novorossijsk in September and then again in seemingly greater numbers, in the region of Yalta in October.

There are some grounds to believe that the *Trachurus trachurus* L. is also anything but a permanent dweller in these waters. Thus in 1933 it was found in the stomachs of dolphins only in the first half of September, and this in insignificant amounts only. In the Novorossijsk region this fish seems to have been found in greater numbers during the second half of July, and also in August and September.

Such species as the codfish (*Gadus euxinus* Nordmann) and the *Temnodon saltator* Cuv. are constant inhabitants both of the south coast of the Crimea and of the coast of North Caucasus.

But we can say nothing about the concentration of these species, as the dolphin feeds very little on them, which is due more probably not so much to the sparsity of these species as to their size, for our dolphin feeds mainly on small fishes.

Concerning *Syngnathus schmidti* Popov, Academician Zernov ([5]), speaking this fish before its description by Popov ([6]) under the name of *Syngnathus phlegon* Risso, states that of all the *Syngnathidae* it is just this species which is characterized by a pelagic mode of life. Iljin ([7]) refers this species to the representatives of a halistatic biocoenosis.

Our material fully justifies us in assuming a wide distribution of *Syngnathus schmidti* Popov in the regions of Novorossijsk and Yalta. The species in question, however, appears to live very sparsely and never to congregate into large masses.

Lastly, we have still to consider the distribution of the isopods (*Idothea algirica* Lucas). Sovinski ([8]) considers this form to be generally very rare in the Black Sea and questions its pelagic manner of life.

Later Academician Zernov ([5]) characterized the *Idothea algirica* as a passively pelagic and common Black Sea form. Iljin ([7]) regards this crustacean as leading an actively pelagic life and also refers it to the representatives of halistatic biocoenosis.

Our materials and observations permit us to conclude that this species has an actively pelagic mode of life.

Idothea algirica Lucas is undoubtedly widespread in the eastern part of the Black Sea. In any case, according to our material, it is encountered (and not occasionally) both off the south coast of the Crimea and off the coast of North and South Caucasus.

As regards *Syngnathus schmidti* Popov and *Idothea algirica* Lucas we can definitely affirm contrary to Iljin's opinion ([7]) that both these species do not in any case live exclusively in halistatic regions, for they have been found in a rather imperfectly digested condition in the stomachs of dolphins caught within 10 and even 7 miles from land.

The above enumerated species exhaust the list of foodstuffs used by *Delphinus delphis* L., and consequently the little that can be ascertained as to their distribution on the basis of investigations of the stomach content of the dolphin.

All-Union Research Institute
of Sea Fisheries and Oceanography.
Moscow.

Received
7. IV. 1937.

REFERENCES

[1] С. Е. Клейненберг, Бюлл. Моск. о-ва исп. прир., отд. биологии, XLV (5) (1936). [2] Н. Я. Данилевский, Исследования о состоянии рыболовства в России, VIII, СПБ (1871). [3] Н. Бородин, Современное положение рыболовства по Черном. побережью Кавказа. Море и его жизнь, сентябрь (1902). [4] А. И. Александров, Тр. Керч. науч. рыб. хоз. станции, I, вып. 2—3 (1927). [5] С. А. Зернов, Зап. Ак. Наук, XXXII, СПБ (1913). [6] А. М. Попов, Ежегодник Зоол. музея Ак. Наук, Ленинград, 28, 3 (381) (1927). [7] В. С. Ильин, Природа, № 7 (1933). [8] В. К. Совинский, Высшие ракообразные Черного моря (1894).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

ZOOLOGY

A CONTRIBUTION TO THE STUDY OF THE ORIGIN OF THE NORTHERN ELEMENTS IN THE FAUNA OF THE CASPIAN SEA

By P. L. PIROŽNIKOV

(Communicated by S. A. Zernov, Member of the Academy, 7. IV. 1937)

As is known, the fauna of the Caspian Sea includes a small group of species of northern origin.

Such are (1) the copepod *Limnocalanus grimaldi* (de Guerne); the isopod *Mesidothea entomon* (L.) ssp. *glacialis* Gurjanova; the amphipods *Pseudalibrotus caspius* Grimm, *Ps. platyceros* Grimm, *Pontoporeia microphthalma* Sars., *Gammaracanthus loricatus caspius* Grimm; the Mysidae *Mysis caspia* Sars. and *M. microphthalma* Sars.; of fishes, *Stenodus leucichthys* (Güld) and *Salmo trutta labrax* Pallas; and, lastly, the seal (*Phoca caspia* Gmelin).

Salmo trutta labrax occupies a special position in this group, as it inhabits also the basins of the Aral, Black and Azov seas (1); while the other 10 forms are absent from these seas.

The problem as to when and how these northern animals penetrated into the Caspian has interested naturalists since the times of Pallas and has given rise to a special literature. The most recent author who wrote on this subject was L. S. Berg (2).

Up to the present the most plausible conjecture has been that advanced by A. Högbom (3) who considered that «the Arctic forms could have penetrated into the Caspian Sea by way of the Volga through the glacier-dammed lakes which must have existed near the divide between the basins of the Volga, on the one hand, and the basins of the rivers flowing into the Polar and Baltic seas, on the other».

This was a bold conecture, in support of which the author himself could not bring forward any serious geological evidence. In 1927, S. A. Jakovlev (4) discovered the existence of glacial clays covering moraine deposits on the divide between Lake Onega and the basin of the Volga. On the basis of this discovery, L. S. Berg (2) considers that during late glacial times there existed in that region an extensive lacustrine basin comprising the coasts of the Baltic Sea, Lake Ladoga and Lake Onega, the basin of Lake Beloozero, and the Sheksna.

Högbom's conjectures were thus confirmed by geological data; after this they were accepted by L. S. Berg.

The faunal collections and the geomorphological observations made by us in 1930 along the divide between the Taz and the Yenissei rivers (5,6), as

well as similar work carried out in 1932 along the river Piasina (West Taimyr) (7) and in 1935 along the Yenissei, enable us to put forward a different explanation of how the northern elements penetrated in the Caspian Sea.

In the lower course and the mouth of the Yenissei and the Piasina we identified *Limnocalanus grimaldi* var. *macrurus* (Sars.), *Mesidothea entomon* ssp. *glacialis* Gurjanova, *Pseudalibrotus birulai* Gurjanova, *Pontoporeia affinis* Lindstr., *Gammaracanthus loricatus* var. *lacustris* (Sars.), and *Mysis oculata m. relicata* (Loven). Some of these forms, viz. *Pontoporeia*, *Gammaracanthus* and *Mysis* occur in the Yenissei at a considerable distance from it mouth, for instance, in the region of Mikhaleva village (59°13′ N. lat.). *Limnocalanus* has been found in Lake Piasino (69°45′ N. lat.) and *Mysis* in Nalimye Lake (63° 15′ N. lat.), in which the presence of the first form, as well as of *Pontoporeia* and *Gammaracanthus*, is very probable.

The complex of the Arctic forms in the Caspian is thus faunistically very close to that inhabiting the lower Yenissei and Piasina. Moreover, it should be noted that the nelma (*Stenodus nelma* Pallas), of which *Stenodus leucichthys* is strictly speaking a subspecies, is native to the northern rivers as well as to Lake Zaisannor and the Irtysh river.

Lastly, it should be noted that two seals occur in the basin of the Yenissei: one, the Arctic Ocean species (*Phoca foetida* Fabr.) enters the Yenissei every year, but does not ascend above Dudinskoye village; the other (*Phoca sibirica* Gmelin) is a permanent inhabitant of the Baikal. The Caspian seal is closely related to the latter, as has been lately confirmed by Taliev by means of the precipitation reaction.

On the basis of a comparative morphological study E. F. Gurjanova (8) has lately shown, that the Caspian and the Siberian *Mesidothea*, including those of the Yenissei, belong to the subspecies *glacialis*, while the Ladoga, the Baltic and the White Sea forms belong to the subspecies *entomon*. The same studies have shown the Caspian *Pseudalibrotus* to be morphologically closer to the North Siberian *Ps. birulai* Gur. than to the Baltic-White Sea *Ps. littoralis* Kroyer.

On the basis of the above, E. F. Gurjanova (8) considers that «the northern elements of the high crustacean fauna in the Caspian Sea are immigrants from the Siberian coasts of the Arctic Ocean» (p. 87).

She also puts forward the suggestion that the penetration of these forms from the Polar Sea into the Caspian occurred somewhere to the east, nearer the Urals, but not through the Baltic or White Seas; however, she does not develop this view.

Our four years work in North and West Siberia enables us, not only to support this view, but also to give an outline, if only a rough one, of the process of the penetration of the northern elements into the Caspian.

At the beginning of the Quaternary epoch, at the time of its maximum transgression, the Kara Sea extended far to the south, reaching along the Yenissei as far as 67° 15′ N. lat.

Set into motion presumably by the enormous mass of sea water, the Taimyr glacier began to creep down south-westward, in the direction of least resistance, and attained, as shown by our observations of 1930 (5,6,10), the divide between the left tributaries of the Yenissei, viz. the Mangutikha and Eloguem rivers, on the one hand, and the rivers Taz and Vakh, on the other. Moving south-westward and westward, the Taimyr glacier united with the North-Ural glacier in the region of the Pur River, thus cutting off the south gulf of the sea and damming the Siberian rivers.

The Ob, Yenissei and Podkamennaya Tunguska, as well as, later on, the

Angara, discharged their waters into this isolated marine gulf, raised its level and reduced its salinity. Arctic conditions together with the sweetening of the waters in this enclosed basin must have led to a very severe selection, as a result of which only a few species have survived.

The considerable and continuous inflow of river waters into the above-described Central-Siberian lake must have raised its level and thus caused it to have a temporary run-off to the south-westward, through the whole of West Siberia and the Turgaiski strait into the Aralo-Caspian depression.

The existence of such a south-westerly run-off from the above lake is evidenced by the gentle relief of West Siberia as well as by the north-east to south-west orientation of the ridges, valleys and many lakes, as has been noted by Krasnopolskij ([9]), Vysotskij ([10]), and Tanfiljev ([11]).

In his earlier work, the author came to the conclusion that a number of the Barabinsk lakes are due to the weakly erosive action of the slow-flowing fluvio-glacial streams ([12,13]).

It is natural that Arctic forms penetrated together with these waters into the Aralo-Caspian basin.

In accordance with the palaeo-geographic conditions, these northern marine forms were to be expected in the Ob, in the West Siberian lakes and in the Aral Sea. However, subsequent hydrological conditions in these waters must have resulted in the disappearance of the northern elements from them. The low oxygen content in winter time must have been the controlling factor for the Ob, while in the West Siberian lake the main factors were their shallowness and the specific chemical composition of their waters.

The run-off of the Central-Siberian lake must have affected to a particularly great extent the fauna of the Aral Sea. There are reasons to believe that it was due to these North-Siberian waters that the Aral Sea had a temporary outflow, as a result of which the Sarmatian-Pontic relics disappeared from its fauna. As for the disappearance of the northern elements from the Aral fauna, this must have occurred under the influence of the aberrant chemism which developed here subsequently, after the run-off had ceased*.

That the Caspian received a group of species from the basin of the Yenissei is also evidenced by the presence in it of the gammarid *Axelboeckia spinosa* (Grimm), which is very close to *Axelboeckia carpenteri* Dyb. of lake Baikal ([15]). At the same time, *A. spinosa* is absent from the Azov-Black Sea basin, which shows that it did not come into the Caspian from the west, nor in Tertiary times.

Inasmuch as the Baikal fauna existed as early as the Glacial period, its individual elements penetrated into the Yenissei, whence they could pass, together with the waters of the late Glacial lake, into the Caspian.

Perhaps the northern marine elements penetrated into the Caspian along two routes: through the upper Volga basin, as assumed by Högbom and Berg, and through the West-Siberian late Glacial lake, as believed by the author.

During the discussion of our paper, L. A. Zenkevič described our ideas as Högbom's theory on the Siberian soil. It should be added that at present our position is similar to that of Högbom in 1917. It is to be hoped that our ideas will be confirmed by geological data, as was the case with those of the Swedish investigator.

We have no doubt that, in the post-Tertiary times, over the immense territory stretching from the Kara Sea to the Aral-Caspian depression and

* We are not inclined to ascribe as great a selective rôle to this factor as does V. N. Beklemišev ([14]).

from the Urals to the right bank of the Yenissei, certain phenomena occurred which left either positive or negative traces in the fauna of such great rivers as the Yenissei and the Ob and of such peculiar lakes as the Aral and the Caspian.

Received
7. IV. 1937.

REFERENCES

[1] Л. С. Берг, Рыбы пресных вод СССР, 3 изд., М.—Л. (1935). [2] L. S. Berg, C. R. Acad. Sci. URSS, 107—112 (1928). [3] A. G. Högbom, Bull. Geol. Inst. Upsala, XIV, 241—260 (1928) [4] С. А. Яковлев, Природа, № 1 (1928). [5] П. Л. Пирожников, Землеведение, кн. 33 (1931). [6] P. L. Pirozhnikov, Arch. f. Hydrobiol., **25** (1933), [7] П. Л. Пирожников, За индустр. сов. востока, кн. 3, 166—209 (1933). [8] Е. Ф. Гурьянова, Исследования морей СССР, вып. 18 (1933). [9] А. А. Краснопольский, Геолог. исслед. по линии Зап.-Сиб. ж. д., вып. 17, СПБ (1899). [10] Н. Высоцкий, там же, вып. 5 (1896). [11] Г. И. Танфильев, География России, Украины и примыкающих к ним с запада территорий, ч. 2, вып. 2. Рельеф Азиатской России, Госиздат (1923). [12] П. Л. Пирожников, Тр. Сиб. научн. рыбохоз. ст., IV, вып. 2 (1929). [13] P. L. Pirozhnikov, Arch. f. Hydrobiol., **24** (1932). [14] В. Н. Беклемишев, Русск. гидробиол. журн., I, № 3—4 (1922). [15] T. Stebbing, Das Tierreich, Lief. 21 (1909), Berlin.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 8

EXPERIMENTELLE ZOOLOGIE

DIE MORPHOGENETISCHE AKTIVITÄT DER VERSCHIEDENEN TEILE DER HYPOPHYSE

V. VERSUCHE MIT IMPLANTATION VON SUBSTANZEN DER «EOSINOPHILEN ZONE» DES HYPOPHYSEVORDERLAPPENS AN KAULQUAPPEN UNTER NATÜRLICHEN VERHÄLTNISSEN

Von A. A. VOITKEVIČ (WOITKEWITSCH)

(Vorgelegt von I. I. Schmalhausen, Mitglied der Akademie, d. 14. IV. 1937)

Es ist bekannt, dass die Entwicklung der Kaulquappen in natürlichen Gewässern (in der Natur) und unter Laboratoriumsverhältnissen verschieden verläuft. Besonders das Wachstum der im Aquarium befindlichen Kaulquappen ist bedeutend gehemmt. Während des Umwandlungsprozesses, besonders in den späteren Stadien, zeigen sich scharfe individuelle Variationen [Voitkevič (1936)]. Die in unserer vorhergehenden Mitteilung dieser Serie [Voitkevič (1937)] geschilderten Implantationen der verschiedenen Gebiete des Hypophysevorderlappens an Amphibienlarven wurden an Material aus Laboratoriumsverhältnissen ausgeführt. Es wurde gezeigt, dass bei diesen Bedingungen die Implantation der «Eosinophilen Zone» das Gesamtwachstum der Kaulquappen stimuliert und im Zusammenhang damit die Metamorphose gehemmt wird.

Da aber die Beschleunigung des Wachstums bei den Versuchskaulquappen nur mit Kontrolltieren verglichen werden konnte, deren Wachstum bei diesen Verhältnissen gehemmt ist und somit mit geringerer Geschwindigkeit verläuft, entstand die Frage: ist es möglich einen solchen Effekt an natürlichem Material zu erhalten, welches sich durch typische Wachstumsgeschwindigkeit charakterisiert. Dabei muss aber unterstrichen werden, dass auch in der Natur je nach den Bedingungen bedeutende Grössenvariationen der Kaulquappen beobachtet werden. Eine grosse Rolle spielt hier die Grösse des Gewässers, Temperatur des Wassers, Aeration, Beleuchtung und besonders die Nahrung. In den in der Moskauer Umgebung gelegenen Gewässern weisen nach unseren Beobachtungen die Kaulquappen von *Rana temporaria* in dem der Metamorphose vorhergehenden Stadium Schwankungen von 300 bis 1000 mg auf.

Um die Frage zu lösen, ob es möglich ist, eine Stimulierung des Wachstums an sich normal entwickelndem Material zu erhalten, haben wir analoge Experimente unter den Verhältnissen eines natürlichen Gewässers unternommen. Für diesen Zweck wurden zwei Teiche gewählt mit einer Fläche von

etwa 10 m² (Tiefe 1—1.2 m). Die reichliche Nahrung—eine dicke Schicht faulender Blätter, starker Pflanzenwuchs u. s. w. schufen günstige Verhältnisse für die Entwicklung der Kaulquappen. Vor dem Versuch konnten in beiden Teichen keine Kaulquappen gefunden werden. Für den Versuch wurden aus einem nahe liegenden Teich junge Kaulquappen von *Rana temporaria* genommen, einerseits im Stadium der Anlage der hinteren Extremitäten, anderseits in einem späteren Entwicklungsstadium (aber lange vor der Metamorphose). Die Kaulquappen wurden in Glasgefässe gebracht und ihnen wurden sofort Stückchen (1.5—2.0 mg) aus der «Eosinophilen Zone» des Hypophysevorderlappens eines Stieres nach der früher beschriebenen Methode implantiert. In jedem Teich wurden 150 operierte und ebensoviel Kontrollkaulquappen gelassen. 25 Larven wurden an demselben Tag im Laboratorium seziert, zwecks Feststellung der Entwicklung des Ausgangsmaterials. Ein Teil der Kontroll- und Versuchskaulquappen wurde zu verschiedenen Zeiten (siehe unten) herausgefischt, wobei die Versuchstiere von den Kontrolltieren leicht zu unterscheiden waren an dem durch die Leibeswand durchleuchtenden Implantat. Wenn wir auch nicht alle in den Teich gelassenen Kaulquappen wieder bekamen, so war das Material für unsere Zwecke doch genügend. Es wurden jedesmal 15—20 Individuen seziert, die Länge der ganzen Kaulquappe, des Schwanzes und des Darmkanals wurde gemessen und das Gewicht des ganzen Tieres, des Schwanzes und der hinteren Extremitäten festgestellt (s. I. Mitteilung). Die mittleren Angaben für den ersten Versuch (die Kaulquappen im frühen Entwicklungsstadium) sind in Tab. 1 angeführt. Aus der Tabelle geht klar hervor, dass das Wachstum

Tabelle 1

Wachstum der Kaulquappen im natürlichen Gewässer
Versuch I

Tage nach Versuchsbeginn	Serie	Gewicht in mg			Länge in mm		
		Ganze Kaulquappe	Schwanz	Hintere Extremitäten	Ganze Kaulquappe	Schwanz	Darmkanal
0	Ausgangsmaterial	210.2	43.5	0.0	27.4	18.2	71.7
20	Kontrolle	648.3	158.2	4.0	41.5	26.3	158.2
	«Eosinophile Zone»	788.9	205.0	5.6	44.1	28.9	159.0
30	Kontrolle	864.3	229.0	15.7	46.8	30.4	150.1
	«Eosinophile Zone»	1125.6	265.0	17.9	50.5	31.8	187.2

der Versuchskaulquappen intensiver verläuft. Ebenso bedeutend ist auch der Unterschied im Gewicht der Trockensubstanz (Gewicht der Kaulquappen zum 30. Tag: Kontrolle—87.3, Versuch—101.5 mg)*.

* Die Trocknung wurde bis zu einem beständigen Gewicht bei einer Temperatur von 105° ausgeführt.

Analoge Resultate wurden auch im zweiten Versuche erhalten (Tab. 2).

Tabelle 2

Das Wachstum der Kaulquappen im natürlichen Gewässer
Versuch II

Tage nach Versuchsbeginn	Serie	Gewicht in mg			Länge in mm		
		Ganze Kaulquappe	Schwanz	Hintere Extremitäten	Ganze Kaulquappe	Schwanz	Darmkanal
0	Ausgangsmaterial .	304.0	72.5	2.0	32.9	22.4	100.7
13	Kontrolle	721.4	224.3	5.8	45.1	31.2	147.7
	«Eosinophile Zone» .	1110.0	295.0	6.6	49.0	33.0	164.3
20	Kontrolle	1104.1	330.6	20.6	51.1	35.8	164.3
	«Eosinophile Zone» .	1379.0	398.0	25.0	52.9	36.2	189.6

Nach 20 Tagen erreichten die Kontrollkaulquappen sehr bedeutende Grössen (im mittleren 1104.1 mg), was unter gewöhnlichen Verhältnissen selten beobachtet wird. Die Ursache dessen war allem Anschein nach der Umstand, dass der Versuchsteich wenig bevölkert war. Jedoch auch unter diesen Bedingungen sehen wir bei den Versuchskaulquappen nach einmaliger Implantation von Geweben der «Eosinophilen Zone» des Hypophysevorderlappens eine Stimulierung des Wachstums. Für alle Indikatoren sind die Versuchskaulquappen denen der Kontrolle bedeutend überlegen. Parallel mit der Überlegenheit des Gesamtgewichtes ist auch das Gewicht der Extremitäten und die Länge des Darmkanals grösser. Während das Entwicklungsstadium zeigen Kontroll- und Versuchskaulquappen lange Zeit keinen Unterschied. Im weiteren jedoch hat sich im Zusammenhang mit der Stimulierung des Wachstums die Metamorphose der Versuchstiere verlangsamt im Vergleich mit der Kontrolle. Die Untersuchungen des zweiten Teiches, 35 Tage nach Versuchsbeginn, zeigten, dass die Kontrollkaulquappen die Umwandlung vollständig beendet hatten, während bei den Versuchstieren der Umwandlungsprozess noch lange nicht beendet war (Abbildung).

Kaulquappen aus dem Teich No. 2, 35 Tage nach Versuchsbeginn herausgefangen. Obere Reihe—Versuchskaulquappen; untere Reihe—Kontrolle.

Wir sehen also, dass die hier gestellte Frage positiv gelöst wird. Die Stimulierung des Wachstums von Larven der *Rana temporaria* kann sowohl

an Laboratoriumstieren als auch an Kaulquappen, die sich frei in der Natur entwickeln, festgestellt werden. Der früher beschriebene Effekt ist folglich nicht ein Resultat des Umstandes, dass unter Aquariumsbedingungen das Wachstum gehemmt wird. Sogar bei seiner höchsten Geschwindigkeit wird durch die Einführung von Humoralsubstanzen, welche sich im eosinophilen Teil des Hypophysevorderlappens befinden, der Wachstumsprozess der Larven spezifisch stimuliert.

Laboratorium für Entwicklungsmechanik.
Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Moskau.

Eingegangen
d. 14. IV. 1937.

PRIX D'ABONNEMENT

Un an — 36 livraisons . . . . . $ 15
Six mois — 18 livraisons . . . $ 7.50
(Séparément $ 0.50 le numéro)
«Nouvelle Série» pour 1933 — 6 livraisons . . . $ 2
«Nouvelle Série» pour 1934 — l'année complète épuisée; volume III (9 livraisons) et volume IV (9 livraisons) en vente à $ 3 le volume.

URSS — Mezhdunarodnaja Kniga, 18, Kuznetskij Most, Moscou (Compte courant n° 263 Banque d'Etat de l'URSS, 12, Neglinnaja, Moscou).
NORTH and SOUTH AMERICA — BOOKNIGA CORPORATION. 255 Fifth Avenue. New York, N. Y.
GREAT BRITAIN — W. H. SMITH & son, Ltd. Strand House, Portugal St London, W. C. 2.
FRANCE — MESSAGERIES HACHETTE. Service Abonnements. 111, Rue Réaumur. Paris, 2e.
SUISSE — Administration du Journal „LE TRAVAIL". 39, Rue de Lausanne. Genève.
ROUMANIE — Deposit de Ziare Luvru. Calea Victoriei 30. Bucarest.
Ç. S. R. — MELANTRICH, Akc. Spol. Knihkupectvi — odd. slovanskych knih. Vaclavské nam 42. Praha II. (Ucet post. spor. 20. 208).
BELGIQUE — LIBRAIRIE A.U.S. 38. Vieille Halle-aux-Blés. Bruxelles (Ç. C. P. 1861. 15 P. Driessen).
CHINA — AMERICAN BOOK & SUPPLY Co 841 Bubbling Well Road. P. O. Box 1798. Shanghai.
HOLLAND — J. GINSBERG. University Bookseller. Kort Rapenburg, 17. Leiden
LIETUVA — „MOKSLAS". Knygynas. Laisves Aleja, 46. Kaunas.
TURQUIE — LIBRAIRIE HACHETTE. Succursale de Turquie. 469, Avenue de l'Indépendance. Boite Postale Pera 2219. Istanbul.
POLSKA — GEBETHNER & WOLFF. Filja I. Krakowskie Przedm. 15. Warszawa.
ROSSICA. Chmielna 5. Warszawa.
KSIEGARNIA GIRSZOWSKIEGO. Zamkowa 13. Wilno.
PALESTINE — SAFRAN Co. Jaffa Rd. 36. P. O. B. 223. Haifa.
BULGARIA — T. F. TSCHIPEFF. Buchhandlung. Boulevard Dondoukoff 20/22 Sofia. (Postscheckkonto-Sofia 540).
SVERIGE — C. E. FRITZE'S Kgl, Hofbuchhandlung. Fredsgatan, 2 Stockholm.
LATVIJA — A./S. VALTERS un RAPA. Teatra iela Nr. 11. Riga (Pasta tek. rek Nr. 675)
NORGE — JOHAN GRUNDT TANUM. Tidligere Aschehougs Boghandel. Karl Johans gt. 43. Oslo.

Les «Comptes Rendus», largement expédiés à l'étranger dans les centres scientifiques les plus importants et dans les bureaux de nombreuses revues, sont le seul organe scientifique en URSS, donnant tous les dix jours un compte rendu des plus récentes données de la science soviétique.

Prix — $ 0.50